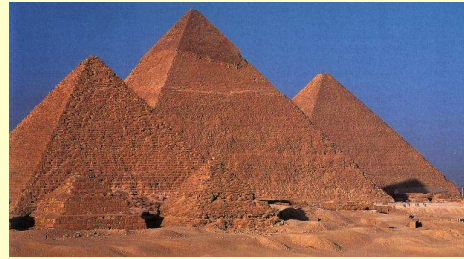
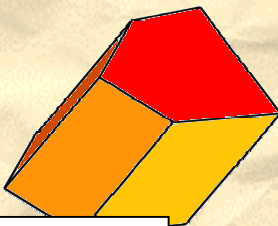
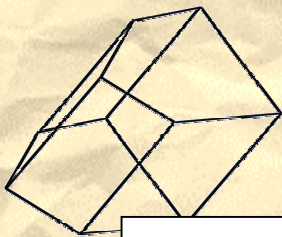
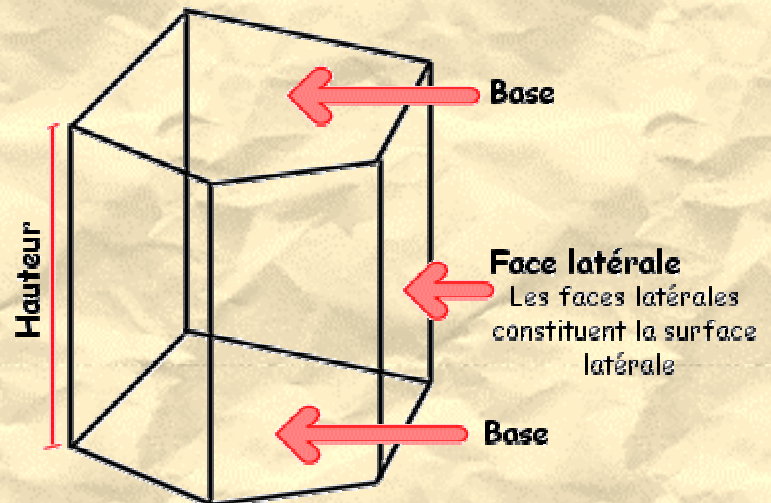
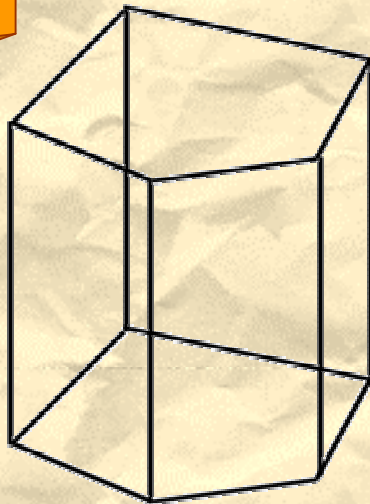
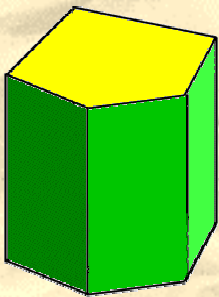


THEME 8

PYRAMIDES ET CONES - RAPPELS



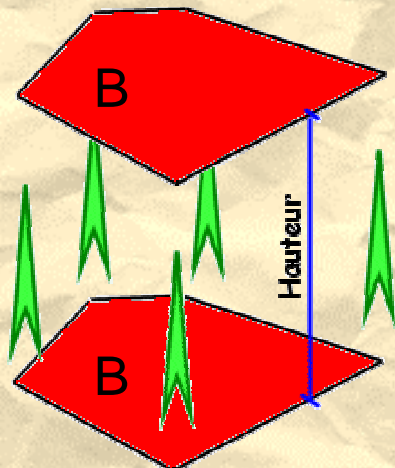
PRISME



Prisme (oblique)

Un prisme est le solide délimité par deux polygones (bases), situés dans des plans parallèles, dont les sommets sont joints. Il y a autant de faces latérales que de sommets au polygone de base.

Lorsque les arêtes latérales sont perpendiculaires au plan de la base, le prisme est dit droit. Ses faces latérales sont alors des rectangles. Tous les prismes étudiés à notre niveau sont des prismes droits.



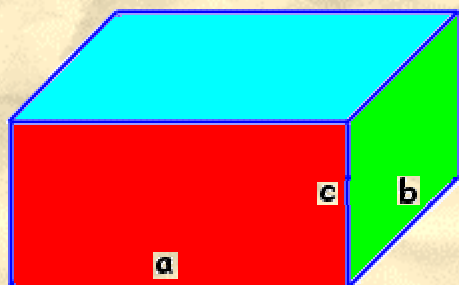
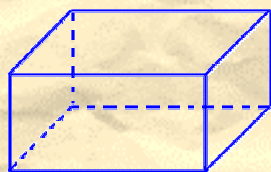
Le volume d'un prisme est égal au produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Si B est l'aire de la base et h la hauteur, nous avons :

$$V = B \times h$$



Remarque : Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un prisme à base rectangulaire.



Le volume d'un parallépipède rectangle est égal au produit des trois dimensions (longueur, largeur et hauteur) :

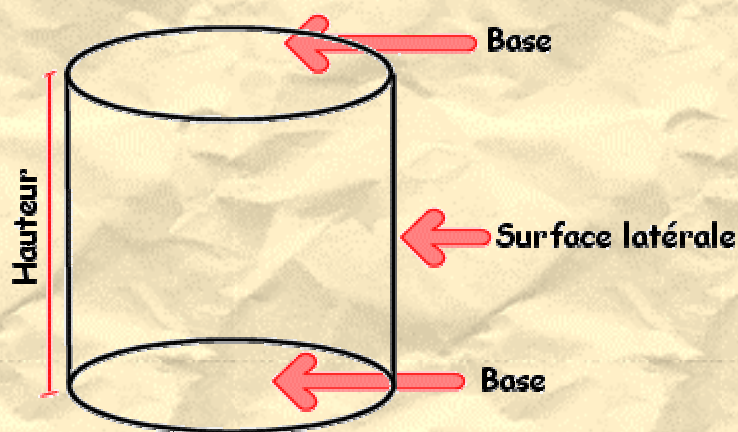
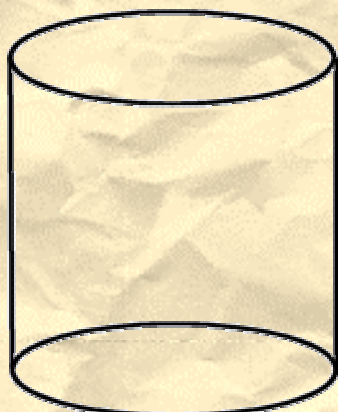
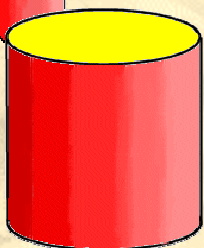
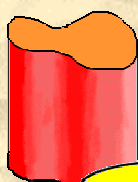
$$V = a \times b \times c$$

Considééré comme prisme droit à base rectangulaire , le volume de ce parallépipède rectangle est :

$$V = B \times c = a \times b \times c \quad \text{avec } B = a \times b$$

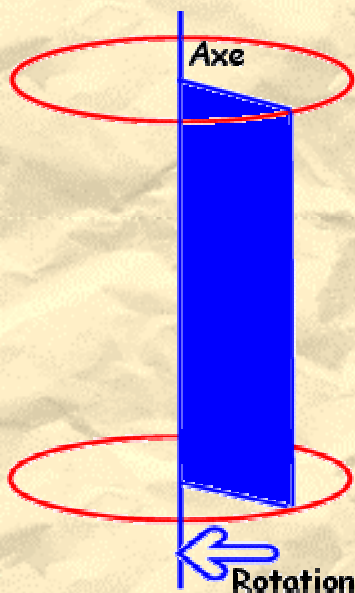
Nous retrouvons la formule précédente . Une seule formule suffit donc pour l'instant.

CYLINDRE



Le cylindre est un solide analogue au prisme . Au lieu d'avoir une base sous forme d'un polygone, la base est une surface courbe fermée. Seule une courbe fermée est connue à notre niveau, le cercle.

Les cylindres étudiées seront donc des cylindres à base circulaire. De plus, comme pour les prismes, il existe des cylindre obliques. Les cylindres que nous utiliserons seront des cylindres droits.



Si nous faisons tourner un rectangle autour d'un axe , le solide obtenu est un cylindre. Nous dirons que le cylindre droit est engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'axe représenté par la droite passant par les deux centres des bases.

Ce type de cylindre sera appelé cylindre de révolution .

(Avant de prendre le sens de perturbation, en médecine par exemple, puis celui que nous lui connaissons habituellement de changement social brusque ou violent, par exemple la Révolution française, le mot révolution a d'abord été un terme d'astronomie qui désignait le mouvement d'un corps autour d'un astre)

Le volume d'un cylindre est égal au produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Si B est l'aire de la base et h la hauteur , nous avons :

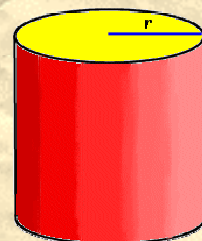
$$V = B \times h$$

Cette formule est identique à celle donnée pour déterminer la volume d'un prisme.

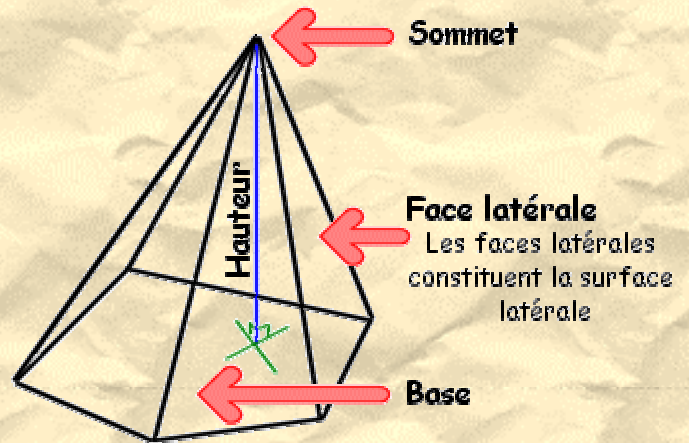
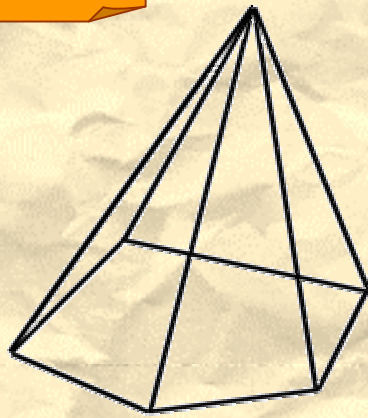
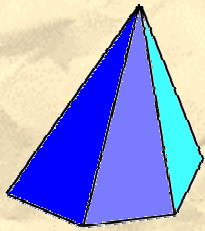
Remarque : Nous pouvons également écrire cette formule sous la forme suivante (pour un cylindre à base circulaire)

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

avec r le rayon de base et h la hauteur



PYRAMIDE



Une pyramide est un solide dont la base est un polygone et les faces latérales des triangles qui ont un sommet commun.

Polygones :

La donnée de plusieurs points pris dans un certain ordre s'appelle un **polygone**. Chaque point s'appelle un **sommet**, chaque segment obtenu avec deux points consécutifs s'appelle un **côté**. Le nombre de sommets et le nombre de côtés sont égaux.

Remarque :

Le plus petit nombre de côtés possibles pour un polygone est **3**. Un tel polygone s'appelle un **triangle**. Un polygone ayant **4** côtés s'appelle un **quadrilatère**.

Nombre de côtés	Nom du polygone
5	Pentagone
6	Hexagone
7	Heptagone
8	Octogone
9	Ennéagone
10	Décagone
11	Hendécagone
12	Dodécagone

Polygones réguliers :

Définition :

Un polygone est dit régulier si

- il est inscrit dans un cercle.
- ses côtés ont même mesure.

Autre définition :

Un polygone est dit régulier si

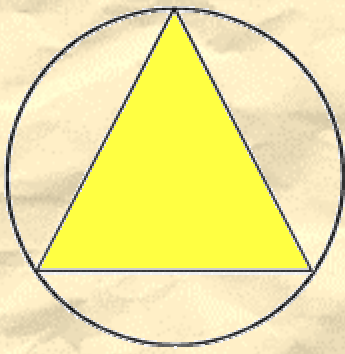
- ses côtés ont même mesure.
- ses angles ont même mesure.

Exemples :

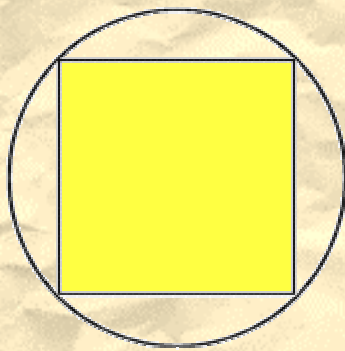
Le triangle équilatéral est le seul polygone régulier ayant 3 côtés.

Un polygone régulier a 4 côtés est un carré.

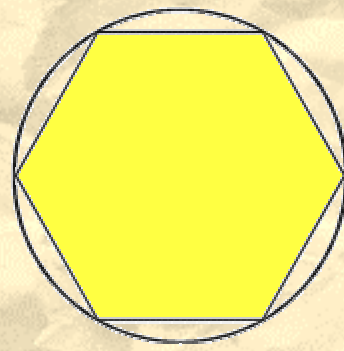
Si le nombre de côtés est supérieur à 4, il suffit de rajouter l'adjectif *régulier* après le nom du polygone (pentagone régulier, hexagone régulier, ...)



Triangle équilatéral



Carré



Hexagone régulier

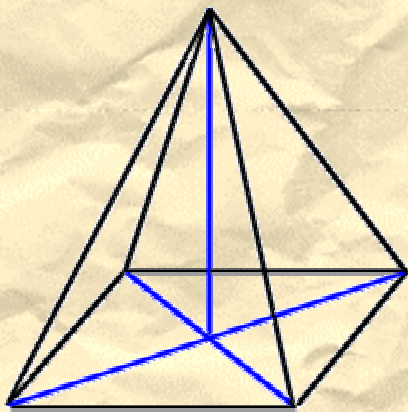
Pyramides régulières :



Définition :

Une pyramide est dite régulière si

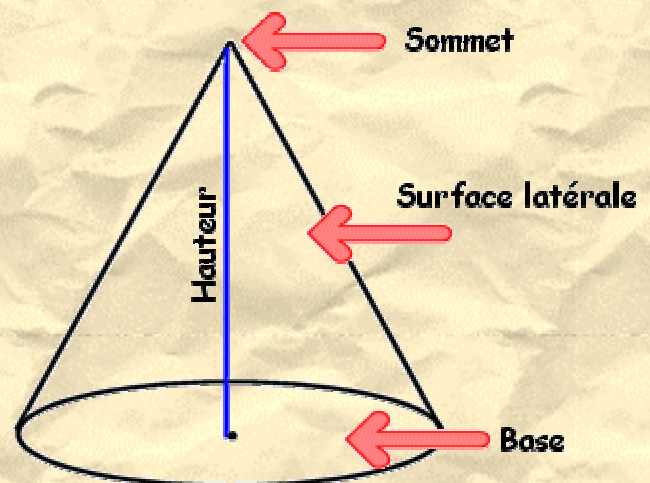
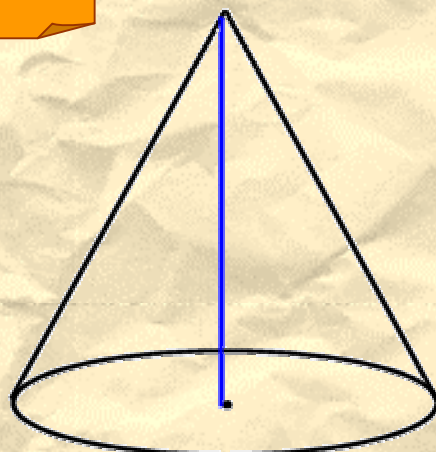
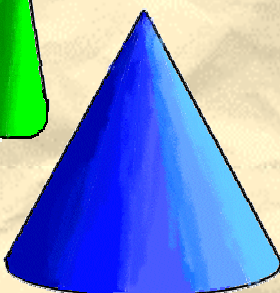
- sa base est un polygone régulier.
- la perpendiculaire issue du sommet passe par le centre du polygone de base



Pyramide régulière à base carrée



CONE

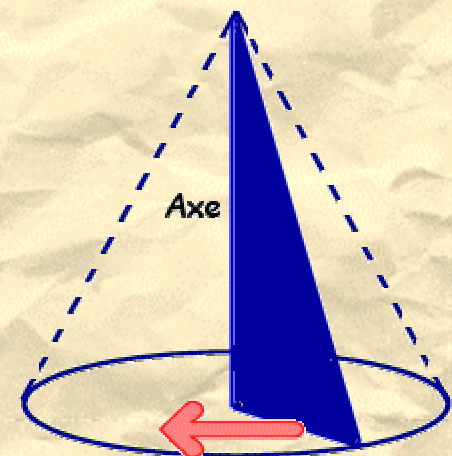
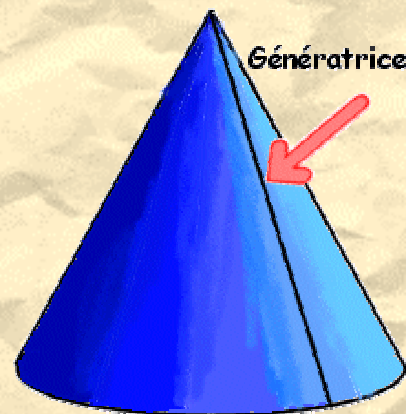


Un cône est un solide, de base, une courbe fermée, et délimité par un ensemble de droites « s'appuyant » sur cette courbe et passant par un même point appelé sommet du cône. Cette surface latérale s'appelle également surface conique.

La droite (ou le segment) passant par le sommet et un point de la courbe fermée constituant la base s'appelle une génératrice.

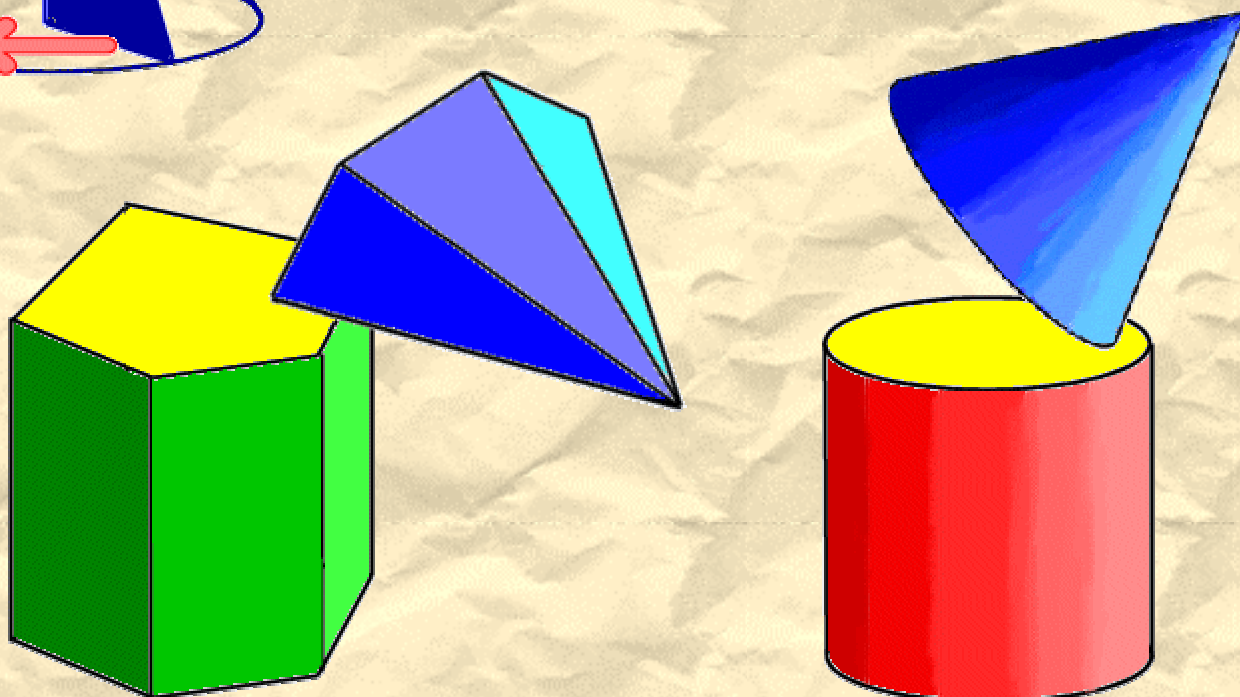
La courbe fermée constituant la base, dans le cas le plus simple, est un cercle. La base est alors un disque.

Si la figure de base admet un centre (c'est le cas pour un cercle) et si le segment joignant le sommet du cône à ce centre est perpendiculaire au plan de la base, on obtient un cône droit ; sinon il est dit oblique.



Si nous faisons tourner un triangle autour d'un axe , le solide obtenu est un cône. Nous dirons que le cône droit est engendré par la rotation d'un triangle autour de l'axe représenté par la droite passant par le sommet et le centre de la base circulaire. Ce type de cône sera appelé cône de révolution .

Volume d'une pyramide et d'un cône :



Très tôt, les scientifiques se sont aperçus que pour remplir un prisme à partir d'une pyramide de même base et de même hauteur, il fallait verser trois fois le contenu de la pyramide. De même, pour remplir un cylindre donné à l'aide d'un cône de même base et de même hauteur, il faut verser trois fois le contenu de ce cône. Connaissant le volume d'un prisme ou d'un cylindre, nous pouvons déterminer le volume d'une pyramide et d'un cône.

Si B est l'aire de la base et h la hauteur , nous avons :

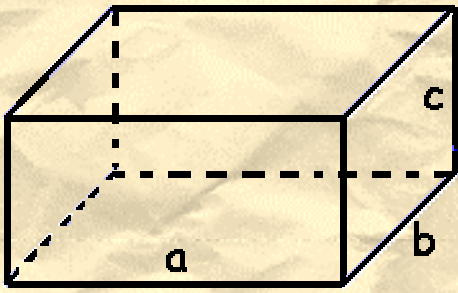
$$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{B \times h}{3}$$

Remarque : Nous pouvons écrire cette formule sous la forme suivante (pour un cône de révolution)

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

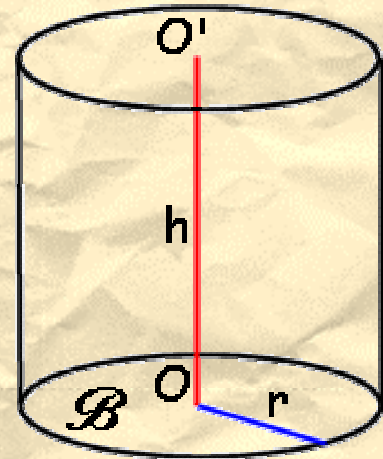
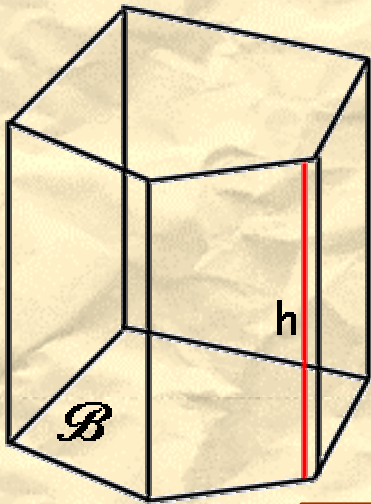
avec r le rayon de base et h la hauteur

Récapitulatif :



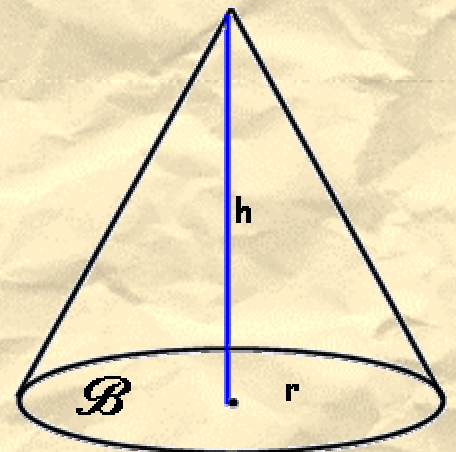
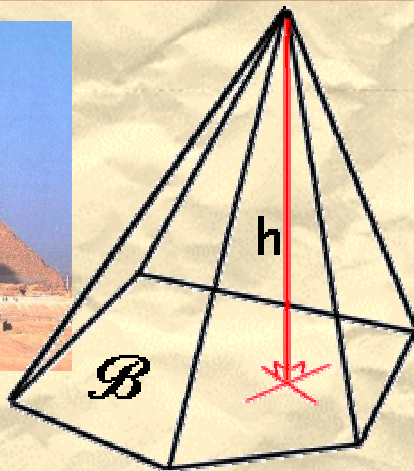
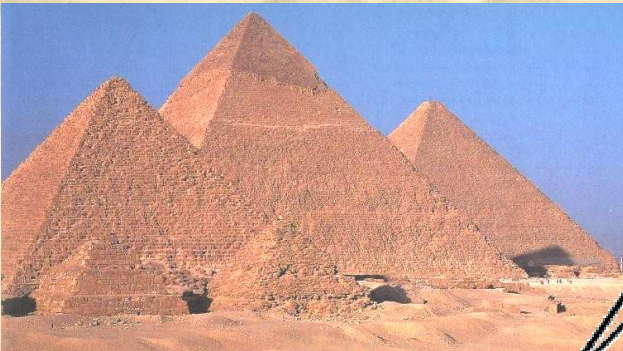
Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)

$$V = a \times b \times c$$



Prisme et cylindre (et... pavé droit)

$$V = B \times h$$



Pyramide et cône

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{B \times h}{3}$$