THEME 8

REDACTIONS TYPES

THEOREME DE PYTHAGORE :

Utilité : Permet, dans un triangle rectangle, de déterminer <u>des longueurs de côtés</u>.

Rédaction :

Nom du <u>triangle rectangle</u> utilisé. Impossible d'utiliser le théorème de Pythagore, si le triangle n'est pas rectangle.

Nom de l'angle droit

Dans le triangle ..... rectangle en ..... .

Nous avons, d'après le théorème de Pythagore :

$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2$

$\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2$

« Le carré de l'hypoténuse est égal à .... » Toujours écrire <u>en premier</u> le carré de l'hypoténuse (côté le plus grand situé en face de l'angle droit) que vous cherchiez la longueur de ce côté ou non.

Première ligne : Avec les lettres.
Deuxième ligne : Nous remplaçons.

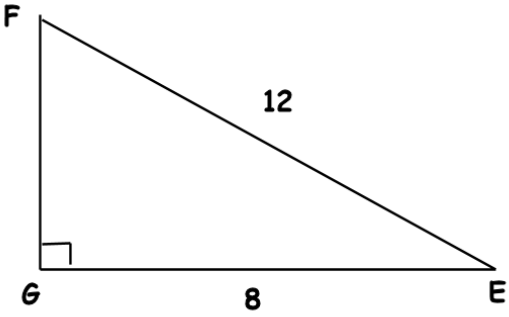
Exemple :

Soit EFG un triangle rectangle en G tel que EG = 8 et EF = 12
Déterminer la valeur exacte de FG.

▶ Dans le triangle EFG, rectangle en G.
Nous avons, d'après le théorème de Pythagore :

$EF^2 = EG^2 + FG^2$

$12^2 = 8^2 + FG^2$



$144 = 64 + FG^2$
$144 - 64 = FG^2$
$FG^2 = 80$

Ce théorème permet de calculer le carré de la longueur cherchée.

$$FG = \sqrt{80} = \sqrt{4 \times 20} = \sqrt{4} \times \sqrt{20} = 2\sqrt{20} = 2\sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

ou $FG = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

Pour connaître la longueur, nous prenons la racine carrée du nombre obtenu. S' il est demandé de donner la valeur exacte, nous devons simplifier (éventuellement) la racine carrée.

RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE :

Utilité : Permet de démontrer, connaissant les côtés, qu'un triangle est rectangle.

Rédaction

Parmi les trois côtés, nous prenons, seul, le côté le plus grand et nous l'élevons au carré.

▶ $\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots$

▶ $\ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2 = \ldots\ldots$

Nous ajoutons les carrés des deux autres côtés.

Deux cas peuvent alors se produire :

- Cas 1 : Les deux calculs donnent le même résultat.
- Cas 2 : Les deux calculs donnent des résultats différents.

▶ Cas 1 :

Donc $\ldots\ldots^2 = \ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2$

Il y a égalité.
Cette égalité est à écrire avec les lettres

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ..... est rectangle en ..... .

▶ Cas 2 :

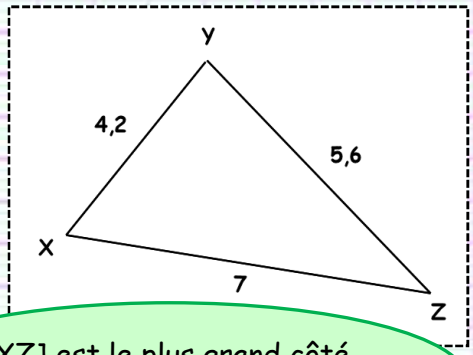
Donc $\ldots\ldots^2 \neq \ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2$

Il n'y a pas égalité.

Donc, d'après (la contraposée) du théorème de Pythagore, le triangle ..... n'est rectangle.

Exemple :

Soit XYZ un triangle vérifiant XY = 4,2 , XZ = 7 et YZ = 5,6
(unité : le cm)
Le triangle XYZ est-il rectangle ?



$XZ^2 = 7^2 = 49$
$XY^2 + YZ^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$

[XZ] est le plus grand côté.

Les deux autres côtés sont [XY] et [YZ].

Donc $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$

Il y a égalité. Peut importe le résultat (ici 49), les deux expressions sont égales.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle XYZ est rectangle en Y.

THEOREME DE THALES :

Utilité : Permet, si deux droites sont parallèles, de déterminer des longueurs.

Rédaction :

Noms des deux triangles en situation de Thalès

LA CONDITION
A ne jamais oublier

Dans les triangles ..... et .....

- ..... ∈ (.....) (ou les points ..... , ... et ..... sont alignés)
- ..... ∈ (.....) (ou les points ..... , ... et ..... sont alignés)
- Les droites (.....) et (.....) sont parallèles

Nous avons, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

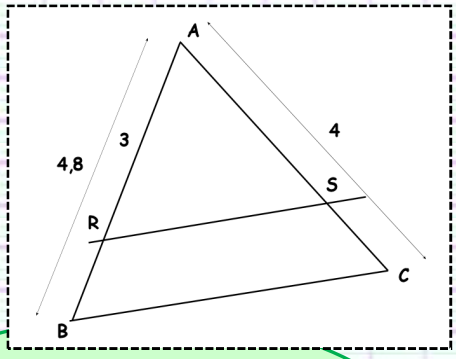
$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

Ecriture (avec les lettres) des trois rapports égaux. (les deux premiers rapports commençant par le sommet commun aux deux triangles.)

Première ligne : Avec les lettres.
Deuxième ligne : Nous remplaçons.

Exemple :

Les droites (BC) et (RS) sont parallèles.
Les points A, R, B sont alignés. Les points A, S, C sont alignés.
En utilisant les données du dessin ci-contre, calculer AS.



Dans les triangles ABC et ARS,

▷ R ∈ (AB) (ou les points A , R et B sont alignés)

▷ S ∈ (AC) (ou les points A , S et C sont alignés)

▷ Les droites (BC) et (RS) sont parallèles

Nous avons, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AR}{AB} = \frac{AS}{AC} = \frac{RS}{BC}$$

Les deux premiers rapports commencent par le sommet commun A.

$$\frac{A\ldots}{A\ldots} = \frac{A\ldots}{A\ldots}$$

Le dernier rapport s'obtient en prenant les points aitres que A dans les deux premiers rapports :

$$\frac{\ldots R}{\ldots B} = \frac{\ldots S}{\ldots C}$$

Tous les points écrits au numérateur (de même pour le dénominateur) appartiennent au même triangle (soit ARS, soit ABC)

$$\frac{3}{4,8} = \frac{AS}{4} = \frac{RS}{BC}$$

Calcul de AS :

$$\frac{3}{4,8} = \frac{AS}{4}$$

donc $\frac{3 \times 4}{4,8} = AS$ et par suite AS = 2,5 (cm)

RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES :

Utilité : Permet de démontrer, connaissant des mesures, que des droites sont parallèles.

Rédaction

Les points …, …, … et …, …, … sont alignés dans le même ordre.

▶ $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

▶ $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Nous devons calculer séparément deux rapports.

Mais lesquels ?
(voir exemple)

Deux cas peuvent alors se produire :

- Cas 1 : Les deux calculs donnent le même résultat.
- Cas 2 : Les deux calculs donnent des résultats différents.

▶ Cas 1 :

Donc $\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

Il y a égalité.
Cette égalité est à écrire avec les lettres.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (……) et (……) sont parallèles.

▶ Cas 2 :

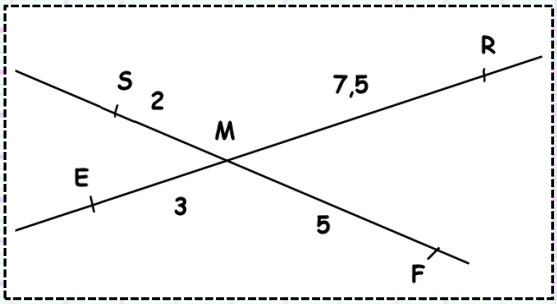
Donc $\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} \neq \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

Il n'y a pas égalité.

Donc, d'après (la contraposée) du théorème de Thalès,
les droites (……) et (……) ne sont pas parallèles.

Exemple :

En utilisant les données du dessin ci-contre,
les droites (SE) et (RF) sont-elles parallèles ?



Quels rapports sont à calculer ?

Si les droites (SE) et (RF) étaient parallèles (C'est une supposition : si …), alors, le théorème de Thalès nous permettrait d'écrire (écriture des deux premiers rapports seulement) :

$$\frac{MS}{MF} = \frac{ME}{MR}$$

Inversement (ou réciproquement) , si nous montrons cette égalité , alors les droites sont parallèles !

La rédaction est donc la suivante :

Les points S, M, F et E, M, R sont alignés dans le même ordre.

▶ $\frac{MS}{MF} = \frac{2}{5}$ (= 0,4)

▶ $\frac{ME}{MR} = \frac{3}{7,5} = \frac{30}{75} = \frac{6\times5}{15\times5} = \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{2}{5}$ (= 0,4)

donc $\frac{MS}{MF} = \frac{ME}{MR}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (SE) et (RF) sont parallèles