

THEME 8

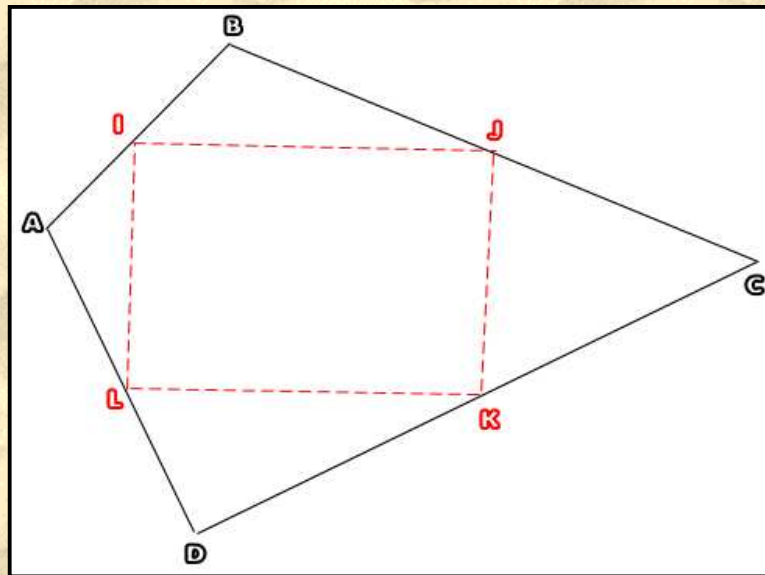
VARIGNON



Pierre Varignon (Caen, 1654 - Paris, 23 décembre 1722) était un mathématicien français. Pierre Varignon fut un des géomètres français les plus célèbres de son temps. Il étudia la théologie et la philosophie au collège jésuite de Caen avant d'être ordonné prêtre. Mathématicien et physicien, il a créé, en autres, le théorème qui porte son nom :



Si l'on joint les milieux d'un quadrilatère quelconque, on obtient un parallélogramme (appelé parallélogramme ou quadrilatère de Varignon) et l'aire de ce dernier est la moitié de celle du quadrilatère.



Exercice 1 :

Soit ABCD un quadrilatère (quelconque). Soient I , J , K et L les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] .

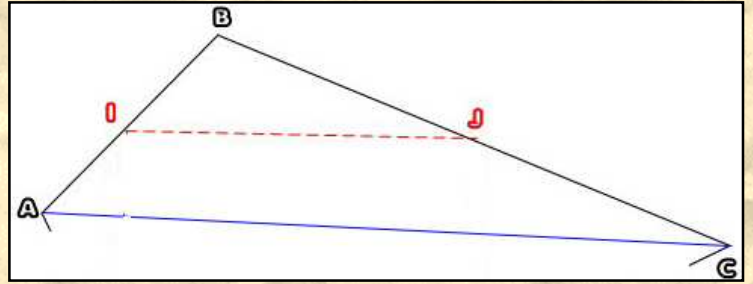
- Montrer que (IJ) est parallèle à (AC).
- Montrer que (KL) est parallèle à (AC).
- En déduire que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.
- Montrer que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

Démonstration :

a) Dans le triangle ABC ,

- I milieu de [AB] (hypothèse)
- J milieu de [BC] (hypothèse)

Donc, d'après le théorème des milieux,
les droites (IJ) et (AC) sont parallèles.



b) Dans le triangle ADC ,

- K milieu de [CD] (hypothèse)
- L milieu de [DA] (hypothèse)

Donc, d'après le théorème des milieux,
les droites (KL) et (AC) sont parallèles.

c) Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles.

(IJ) et (AC) sont parallèles (question a)

(KL) et (AC) sont parallèles (question b)

donc (IJ) et (KL) sont parallèles.

d) ► Dans le triangle ABD ,

- I milieu de [AB] (hypothèse)
- L milieu de [DA] (hypothèse)

Donc, d'après le théorème des milieux,
les droites (IL) et (BD) sont parallèles.

► Dans le triangle BCD ,

- J milieu de [BC] (hypothèse)
- K milieu de [CD] (hypothèse)

Donc, d'après le théorème des milieux,
les droites (JK) et (BD) sont parallèles.

► Les droites (IL) et (JK) étant parallèles à une même troisième, sont parallèles.

Conclusion :

- (IJ) et (KL) sont parallèles. (question c)
- (IL) et (JK) sont parallèles. (cf. ci-dessus)

Les côtés opposés du quadrilatère IJKL sont parallèles

Donc IJKL est un parallélogramme.

SUPPLEMENT

Exercice 2 :

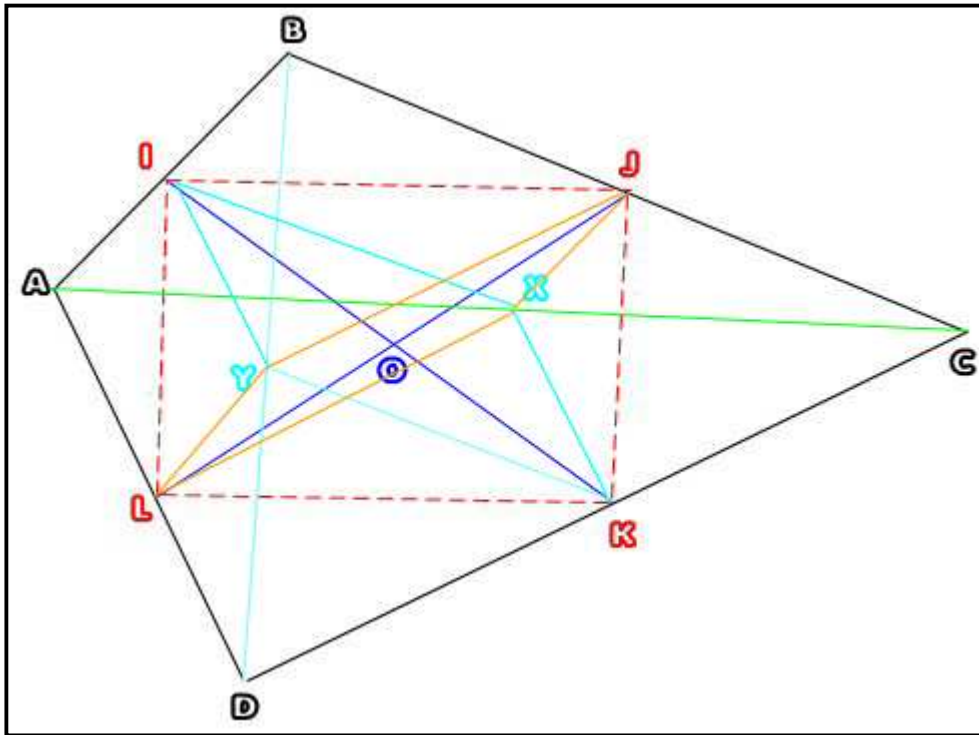
Montrez que le périmètre du parallélogramme IJKL est égal à la somme des longueurs des diagonales du quadrilatère ABCD.

Exercice 3 :

Soient X le milieu de [AC] et Y le milieu de [BD]. (milieux des diagonales du quadrilatère ABCD)

Montrer que IXKL est un parallélogramme. Montrer que ce parallélogramme IXKL a pour centre O.

(Remarque : Il en est de même du quadrilatère JXLY)



11689

11489

ELEMENS

DE

MATHEMATIQUE

DE MONSIEUR VARIGNON;

DES ACADEMIES ROYALES DES SIENCES
de France, d'Angleterre, & de Prusse, Professeur de Ma-
thématique au Collège de Mazarin, & Lecteur du Roy en
Philosophie au Collège Royal.



Plibus

De la Roche

A PARIS,

Chez PIERRE-MICHEL BRUNET, Fils, Quay des Augustins, près
la descente du Pont-Neuf, à l'image S. Augustin.

M D C C . X X X I .

Avec Approbation & Privilège du Roy.