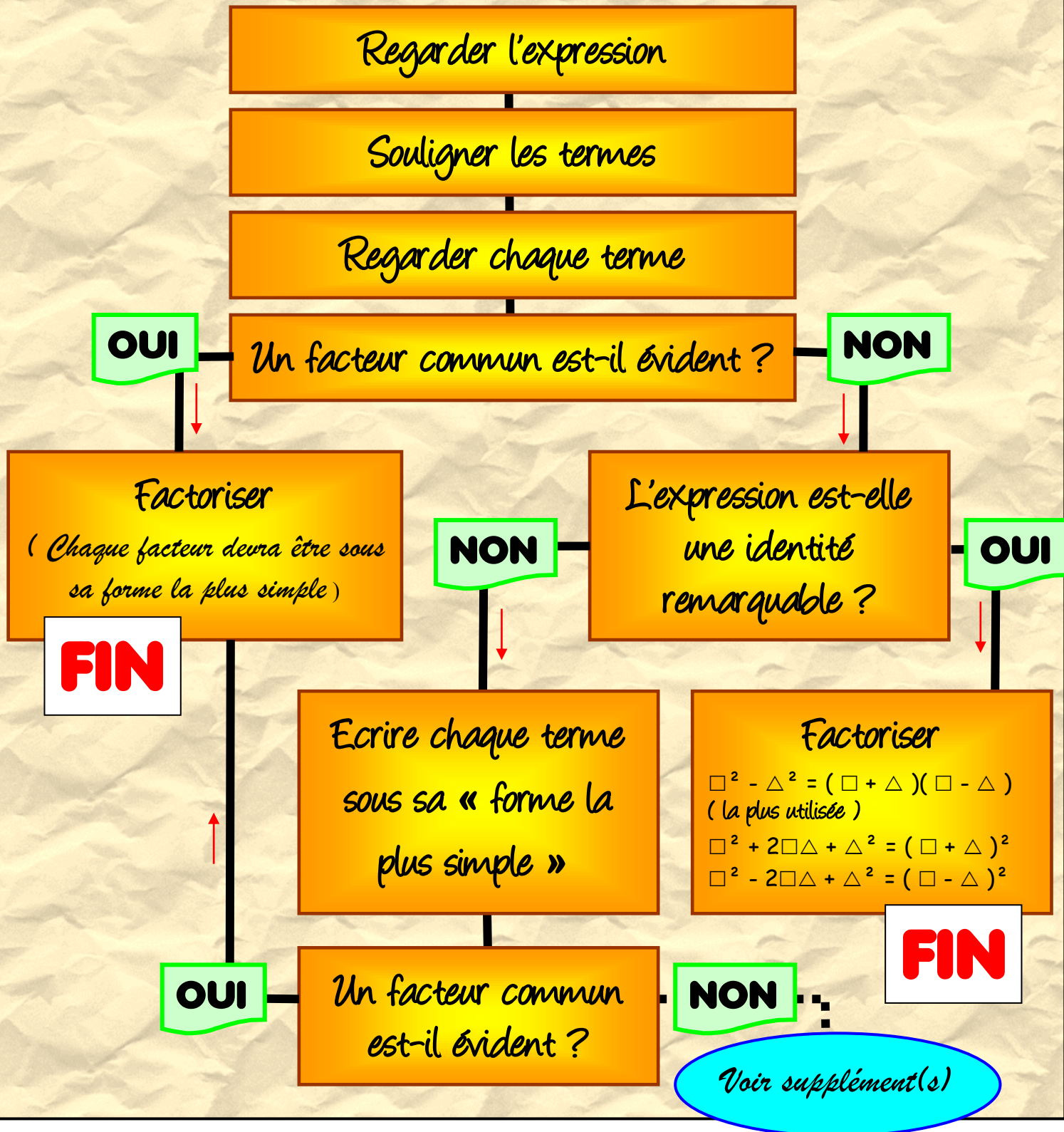


THEME 8

FACTORISATION SOUTIEN - EXERCICES SUPPLEMENTAIRES



Exercice 1 : Brevet des Collèges - Nantes - 1997

On pose $B = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$.

- 1) Développer et réduire B.
- 2) Factoriser B.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1) B &= (x + 7)^2 + 3(x + 7) \\
 &= (x^2 + 14x + 49) + (3x + 21) \\
 &= x^2 + 14x + 49 + 3x + 21 = x^2 + 17x + 70 \\
 2) B &= (x + 7)^2 + 3(x + 7) \\
 &= (x + 7)(x + 7) + 3(x + 7) \\
 &= (x + 7)[(x + 7) + 3] = (x + 7)(x + 10)
 \end{aligned}$$

Exercice 2 : Brevet des Collèges - Orléans - 1998

On donne l'expression $C = (5x + 4)(2x + 3) + (2x + 3)^2$

- 1) Développer et réduire C.
- 2) Factoriser C.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1) C &= (5x + 4)(2x + 3) + (2x + 3)^2 \\
 &= (10x^2 + 15x + 8x + 12) + (4x^2 + 12x + 9) \\
 &= 10x^2 + 15x + 8x + 12 + 4x^2 + 12x + 9 = 14x^2 + 35x + 21 \\
 2) C &= (5x + 4)(2x + 3) + (2x + 3)(2x + 3) \\
 &= (2x + 3)[(5x + 4) + (2x + 3)] \\
 &= (2x + 3)[5x + 4 + 2x + 3] = (2x + 3)(7x + 7)
 \end{aligned}$$

Exercice 3 : Brevet des Collèges - Antilles - 1996

Soit l'expression $D = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$

- 1) Développer puis réduire D.
- 2) Factoriser D.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1) D &= -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5) \\
 &= -6x^2 + 10x + (3x^2 - 5x + 21x - 35) \\
 &= -6x^2 + 10x + 3x^2 - 5x + 21x - 35 \\
 &= -3x^2 + 26x - 35 \\
 2) D &= (3x - 5)[-2x + (x + 7)] \\
 &= (3x - 5)[-2x + x + 7] = (3x - 5)(-x + 7)
 \end{aligned}$$

Exercice 4 : Brevet des Collèges - Nantes - 1995

On donne l'expression : $E = (3x - 2)^2 - 6(3x - 2)$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1^o) E &= (3x - 2)^2 - 6(3x - 2) \\
 &= (9x^2 - 12x + 4) - (18x - 12) \text{ ou } E = (9x^2 - 12x + 4) - 18x + 12 \\
 &= 9x^2 - 12x + 4 - 18x + 12 = 9x^2 - 30x + 16 \\
 2^o) E &= (3x - 2)(3x - 2) - 6(3x - 2) \\
 &= (3x - 2)[(3x - 2) - 6] = (3x - 2)[3x - 2 - 6] = (3x - 2)(3x - 8)
 \end{aligned}$$

Correction :

Ecrire A sous la forme d'un produit de facteurs signifie « factoriser A »

$$\begin{aligned}
 1) A &= (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2 \\
 &= (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)(2x - 3) \\
 &= (2x - 3)[(x + 7) - (2x - 3)] = (2x - 3)(-x + 10) \\
 2) \text{ On remplace } x &\text{ par } 1,5 \text{ dans la forme factorisée :} \\
 A &= (2x - 3)(-x + 10) = (2 \times 1,5 - 3)(-1,5 + 10) \\
 A &= (3 - 3)(-1,5 + 10) = 0 \times 8,5 = 0
 \end{aligned}$$

Exercice 5 : Brevet des Collèges - Japon - 1996

Soit $A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$

- 1) Ecrire A sous la forme d'un produit de deux facteurs.
- 2) Calculer la valeur prise par A si $x = 1,5$.

Exercice 6 : Brevet des Collèges - Caen - 1998

On considère l'expression : $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$.

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Calculer F pour $x = -\frac{2}{3}$.

Correction :

$$\begin{aligned}
 1) F &= (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1) \\
 &= (4x^2 + 6x + 6x + 9) + (2x^2 - 2x + 3x - 3) \\
 &= 4x^2 + 6x + 6x + 9 + 2x^2 - 2x + 3x - 3 = 6x^2 + 13x + 6 \\
 2) F &= (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(x - 1) \\
 &= (2x + 3)[(2x + 3) + (x - 1)] = (2x + 3)[2x + 3 + x - 1] \\
 &= (2x + 3)(3x + 2) \\
 3) \text{ Il suffit de remplacer dans la forme factorisée le } x &\text{ par la valeur donnée.} \\
 F &= \left(2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3\right) \left(3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 2\right) = \left(-\frac{4}{3} + 3\right) (-2 + 2) = 0
 \end{aligned}$$



Exercice 7 : Brevet des Collèges - Orléans - 1995

Factoriser l'expression $F = (2x + 1)^2 - 16$.

Correction :

Cette expression comporte deux termes $(2x + 1)^2$ et 16.

Question 1 : Y a-t-il, dans ces deux termes, un facteur commun évident ? Réponse immédiate : NON

Question 2 : Cette expression est-elle une identité remarquable ? En écrivant 16 sous la forme 4^2 , nous constatons que cette expression est une différence de deux carrés (du type $\square^2 - \Delta^2$) $F = (2x + 1)^2 - 4^2$

Or, nous savons que : $\square^2 - \Delta^2 = (\square + \Delta)(\square - \Delta)$

Donc, en posant dans la formule $\square = (2x + 1)$ et $\Delta = 4$,

$$F = [(2x + 1) + 4][(2x + 1) - 4] = [2x + 1 + 4][2x + 1 - 4] = (2x + 5)(2x - 3)$$

Exercice 8 : Brevet des Collèges - Créteil - 1996

Factoriser l'expression : $D = (2x + 1)^2 - 64$.

Correction :

$$F = (2x + 1)^2 - 8^2$$

C'est une différence de deux carrés

$$F = [(2x + 1) + 8][(2x + 1) - 8]$$

$$F = [2x + 1 + 8][2x + 1 - 8] = (2x + 9)(2x - 7)$$

Exercice 9 : Brevet des Collèges - Dijon - Sept 1995

On considère l'expression :

$$E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser $9x^2 - 16$ puis l'expression E.
3. Calculer la valeur numérique de E pour $x = -1,5$.



Correction :

$$1) E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

$$E = (4x^2 - 20x + 25) - (9x^2 + 6x + 1)$$

$$E = 4x^2 - 20x + 25 - 9x^2 - 6x - 1 = -5x^2 - 26x + 24$$

2) E est une différence de 2 carrés. On peut donc appliquer la formule :

$$\square^2 - \Delta^2 = (\square + \Delta)(\square - \Delta)$$

$$\text{avec } \square = (2x - 5) \text{ et } \Delta = (3x + 1)$$

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

$$E = [(2x - 5) + (3x + 1)][(2x - 5) - (3x + 1)]$$

$$E = [2x - 5 + 3x + 1][2x - 5 - 3x - 1] = (5x - 4)(-x - 6)$$

Remarque : Si on développe la forme factorisée :

$$E = (5x - 4)(-x - 6) = -5x^2 - 30x + 4x + 24 = -5x^2 - 26x + 24$$

On retrouve bien le résultat de la question 1

Correction :

$$1) E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$$

$$E = 9x^2 - 16 - (6x^2 + 8x - 9x - 12)$$

$$E = 9x^2 - 16 - 6x^2 - 8x + 9x + 12 = 3x^2 + x - 4$$

$$2a) 9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2$$

On reconnaît une différence de 2 carrés.

On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = (3x)$ et $b = 4$.

$$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x - 4)(3x + 4)$$

$$2b) E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$$

En remplaçant $9x^2 - 16$ par la valeur trouvée ci-dessus, nous obtenons :

$$E = (3x - 4)(3x + 4) - (2x - 3)(3x + 4)$$

$$E = (3x + 4)[(3x - 4) - (2x - 3)]$$

$$E = (3x + 4)[3x - 4 - 2x + 3] = (3x + 4)(x - 1)$$

3) On utilise la forme factorisée :

$$E = (3 \times (-1,5) + 4)(-1,5 - 1) = (-4,5 + 4) \times (-2,5)$$

$$E = (-0,5) \times (-2,5) = 1,25$$

Exercice 10 : Brevet des Collèges - Afrique - 1995

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Ecrire E sous la forme d'un produit de 2 facteurs.

EXERCICES SANS SOLUTION

Exercice 11 : Brevet des Collèges - Poitiers - 1996

On donne l'expression $E = (x + 3)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

Exercice 12 : Brevet des Collèges - Antilles - 1999

Soit l'expression : $F = (5x - 1)^2 - 7x(5x - 1)$.

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.

Exercice 13 : Brevet des Collèges - Lyon - 1996

Soit l'expression $E = (x - 1)^2 - 4$.

- 1) Calculer E pour $x = 0$.
- 2) Factoriser E.

Exercice 14 : Brevet des Collèges

On considère l'expression suivante où x est un nombre quelconque :

$$F = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 6)$$

Développer puis réduire F.

Factoriser F.

Exercice 15 : Brevet des Collèges - Rouen - 1996

On pose $E = (5x - 2)(x + 7) + (5x - 2)^2$.

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

3) Calculer E pour $x = \frac{2}{5}$.



Exercice 16 : Brevet des Collèges - Japon - 1996

Soit $A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$

- 1) Ecrire A sous la forme d'un produit de deux facteurs.
- 2) Calculer la valeur prise par A si $x = \frac{3}{2}$.

Exercice 17 : Brevet des Collèges - Vanuatu - 1995

On considère l'expression : $P = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(5x - 1)$.

1. Développer et réduire l'écriture de P
2. Factoriser P
3. Calculer la valeur de P pour $x = -10$.

Exercice 18 : Brevet des Collèges - Orléans - 1999

1. Développer et réduire l'expression : $D = (2x - 1)^2 - 16$.

2. Factoriser l'expression : $E = (3x - 2)^2 - 4(3x - 2)$.

Exercice 19 : Brevet des Collèges - Asie - 1999

Soit $F = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 4)$.

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Calculer F pour $x = 1$ puis pour $x = 4,5$.

Exercice 20 : Brevet des Collèges - Amiens - 1997

On considère l'expression $C = (2x - 3)^2 - (1 - 4x)(2x - 3)$.

- 1) Factoriser C.

Exercice 21 : Brevet des Collèges - Caen - 1997

On donne l'expression suivante :

$$A = (3x + 1)(5x - 4) - (5x - 4)^2$$

Factoriser A.

Exercice 22 : Brevet des Collèges - Amiens - 1995

Soit l'expression $F = (2x - 5)^2 - x(2x - 5)$.

- 1) Développer et réduire F.
- 2) Factoriser F.

Exercice 23 : Brevet des Collèges - Afrique - 1995

On donne l'expression $E = (2x + 7)^2 - (2x + 7)(x - 1)$.

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

Exercice 24 : Brevet des Collèges - Clermont - 1995

On donne l'expression suivante : $E = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(x + 4)$.

- 1) Développer E.
- 2) Factoriser E.

Exercice 25 : Brevet des Collèges - Rouen - 1995

On donne $C = (5x - 3)^2 - (2x + 1)(5x - 3)$.

- 1) Développer et réduire C.
- 2) Factoriser C (on réduira l'écriture de chaque facteur).



Exercice 26 : Brevet des Collèges

Pour chacune des expressions suivantes, répondre aux questions suivantes :

a) Développer et réduire

b) Factoriser

(Clermont 97) $E = (2x + 5)^2 - (2x + 5)(x - 3)$

(Lille 97) $E = (4x - 1)(5x - 3) - (4x - 1)^2$.

(Allemagne 96) $A = (x + 5)^2 - (x + 5)(2x + 1)$.

(Nancy septembre 95) $E = 3(2x - 1) - (2x - 1)(2x + 1)$.

(Grenoble 98) $A = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 7)$.

(Besançon 99) $F = (5x - 3)(3x + 2) - (5x - 3)^2$

(Paris 97) $F = (4x - 3)^2 - (x - 4)(4x - 3)$.

(Créteil 98) $D = (x - 5)(3x - 2) - (3x - 2)^2$.

(Limoges 97) $B = (2x - 5)^2 - 2(2x - 5)(2x - 3)$.

(Polynésie 97) $E = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(5x - 4)$

(Aix 98) $E = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 3)$.

(Créteil 99) $F = (5x - 3)^2 - (5x - 3)(8x - 1)$.

Exercice 27 : Brevet des Collèges - Dijon - 1996

On considère l'expression $D = (2x - 7)^2 - 36$.

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

Exercice 28 : Brevet des Collèges - Clermont - 1998

On considère l'expression $D = (2x + 3)^2 - (x - 4)^2$.

1. Développer et réduire D.

2. Ecrire D sous la forme d'un produit de deux facteurs.

Exercice 29 : Brevet des Collèges - Antilles - 1995

Soit l'expression $F = 9x^2 - 16 + 4(3x - 4)^2$.

1) Développer F.

2) Factoriser $9x^2 - 16$.

3) En déduire la factorisation de F.

Exercice 30 : Brevet des Collèges - Etranger - 1997

On considère l'expression suivante : $C = (x - 2)(3x - 5) + 9x^2 - 25$

1) Développer et réduire C.

2) Factoriser $9x^2 - 25$, en déduire une factorisation de C.

Exercice 31 : Brevet des Collèges - Scandinavie - 1997

On donne l'expression $F = (9x^2 - 4) + (3x - 2)(x - 5)$.

1) Développer et réduire F.

2) Factoriser $9x^2 - 4$.

3) Factoriser F (on réduira l'écriture de chaque facteur).

Exercice 32 : Brevet des Collèges - Bordeaux - 1995

Soit $E = (4x + 5)^2 - (3x - 2)^2$.

1) Développer E et réduire.

2) Factoriser E..

Exercice 33 : Brevet des Collèges - Clermont - 1996

Soit $E = (3x - 2)^2 - 81$.

1) Développer, réduire et ordonner E.

2) Factoriser E.

Exercice 34 : Brevet des Collèges - Lille - 1996

$$E = 9x^2 - 25 + (3x + 5)(x - 2)$$

1) Factoriser $9x^2 - 25$, puis factoriser E.

2) Résoudre l'équation $(3x + 5)(4x - 7) = 0$.

Exercice 35 : Brevet des Collèges - Afrique 1 - 1995

1) Factoriser : $E = (25 + 6x)^2 - 49$.

2) Résoudre l'équation : $12(3x + 16)(x + 3) = 0$.

Exercice 36 : Brevet des Collèges - Limoges - 1995

1) Factoriser $E = x^2 - 9$.



2) Soit $D = (x + 3)(2x + 1) + 4(x^2 - 9)$; développer et réduire D.

3) En factorisant, montrer que D peut s'écrire sous la forme : $(x + 3)(6x - 11)$.

Exercice 37 : Brevet des Collèges - Amiens - 1998

On considère l'expression $E = (3x - 2)^2 - 16$.

1. Développer et réduire E.

2. Factoriser E.

Exercice 38 : Brevet des Collèges - Lille - 1998

On considère l'expression : $D = 4x^2 - 81 + (x - 3)(2x + 9)$

1. Développer et réduire D.

2. Factoriser : $4x^2 - 81$, puis factoriser D.

Exercice 39 : Brevet des Collèges - Maroc - 1998

On considère l'expression : $E = (3x + 2)^2 - (x - 1)^2$.

1. Développer et réduire E.

2. Factoriser E.

Exercice 40 : Brevet des Collèges - Rennes - 1999

On pose : $B = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$.

1. Développer et réduire B.

2. a) Factoriser $4x^2 - 25$.

b) En déduire une factorisation de B.

Exercice 41 : Brevet des Collèges - Poitiers - 1998

1. Factoriser : a) $9 - 12x + 4x^2$

b) $(3 - 2x)^2 - 4$

2. En déduire une factorisation de : $E = (9 - 12x + 4x^2) - 4$.

3. Montrer que pour $x = \frac{3}{2}$, E est un entier.

Exercice 42 : Brevet des Collèges - Maroc - 1998

On considère l'expression : $E = (3x + 2)^2 - (x - 1)^2$.

1. Développer et réduire E.

2. Factoriser E.

Exercice 43 : Brevet des Collèges - Rennes - 1999

On pose : $B = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$.

1. Développer et réduire B.

2. a) Factoriser $4x^2 - 25$.

b) En déduire une factorisation de B.

Exercice 44 : Brevet des Collèges

Factoriser les expressions suivantes :

$A = (2x - 3)(x + 1) - 5(4x - 6)$ (Factoriser d'abord $4x - 6$)

$B = 16x^2 - 1 - (4x - 1)(x - 3)$ (Regroupez, entre parenthèses $16x^2 - 1$)

$C = 18x^2 - 50$ (Mettre 2 en facteur puis factoriser) $D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$ (Factoriser $6x - 9$)

Exercice 45 : Brevet des Collèges - Bordeaux - 1998

1. a) Développer et réduire l'expression : $D = (2x + 5)(3x - 1)$.

b) Développer et réduire l'expression : $E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$.

Application : Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs, $(x - 1)$, x et $(x + 1)$ dont la somme des carrés est 4802.

2. a) Factoriser l'expression : $F = (x + 3)^2 - (2x + 1)(x + 3)$.

b) Factoriser l'expression : $G = 4x^2 - 100$.

Application : Déterminer un nombre positif dont le carré du double est égal à 100.

