# THEME 8

# DISTRIBUTIVITE
## DE LA MULTIPLICATION SUR L'ADDITON ET LA SOUSTRACTION

**Introduction :**

Madame X. a acheté 7 tasses à 15 € et 7 soucoupes à 9 € . Quel est le montant de son achat ?

**Réponse 1 :**

Prix des 7 tasses
7 x 15 = 105 (€)
Prix des 7 soucoupes
7 x 9 = 63 (€)
Prix total
105 + 63 = 168 (€)
Le montant de son achat est de 168 € .

Remarquons que **trois** opérations sont nécessaires pour déterminer la solution .

**Réponse 2 :**

Madame X. désire autant de tasses que de soucoupes . Elle a donc acheté 7 lots composés d'une tasse et d'une soucoupe .
Le lot tasse-soucoupe coûte
15 + 9 = 24 (€)
Ayant acheté 7 lots , le montant est de
7 x 24 = 168 (€)

Notons que seulement **deux** opérations sont nécessaires .
Et pour réduire encore les écritures , nous noterons directement :

Le montant de son achat est
7 x ( 15 + 9 ) = 7 x 24 = 168 (€)

Nous remarquons donc que

$$7 \times (15 + 9) = 7 \times 15 + 7 \times 9$$

# Distributivité de la multiplication sur l'addition :

## Règles

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$(a + b) \times k = a \times k + b \times k$$

La multiplication est distributive par rapport à l'addition ( ou sur l'addition ).
Nous constatons que le nombre k est " distribué " aux deux nombres a et b

La règle est également vérifiée avec la soustraction .

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

$$(a - b) \times k = a \times k - b \times k$$

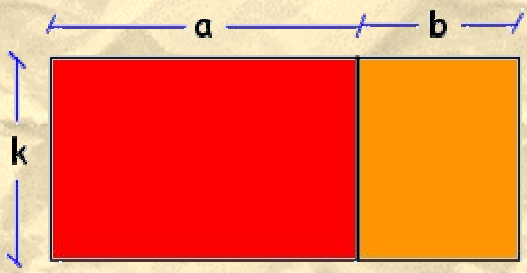
La multiplication est distributive par rapport à la soustraction ( sur la soustraction ) .

## Conséquences :

$$k \times (a + b - c) = k \times a + k \times b - k \times c$$
$$(a + b - c) \times k = a \times k + b \times k - c \times k$$

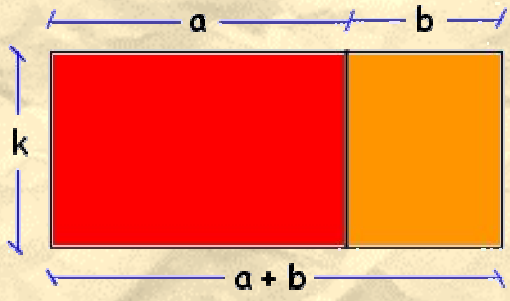
## Interprétation géométrique :

Un agriculteur possède deux terrains rectangulaires ( voir figure ci-dessous ) .La largeur commune des deux terrains est k. L'un des terrains a une longueur égale à a et l'autre a une longueur égale à b .
Quelle est l'aire totale de ces terrains.



## Méthode 1 :

Les deux terrains peuvent être considérés comme un seul terrain dont la longueur serait égale à a + b .

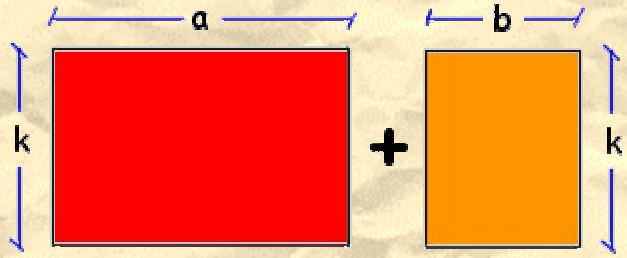



L'aire totale est égale à :

$k \times ( a + b )$

## Méthode 2 :

Nous pouvons également calculer l'aire du premier terrain, puis l'aire du deuxième terrain , et enfin faire la somme de ces deux aires.




L'aire totale est égale à :

$k \times a + k \times b$

En comparant les deux résultats, nous constatons que :

$$k \times ( a + b ) = k \times a + k \times b$$

## Remarques : Développement et factorisation

$$k \times ( a + b ) = k \times a + k \times b$$

$\xrightarrow{\text{développement}}$

Ecrire " k x ( a + b ) " sous la forme " k x a + k x b ", c'est transformer un produit en une somme ( ou une différence ) . Cette transformation s'appelle un développement .

$$k \times a + k \times b = k \times ( a + b )$$

$\xrightarrow{\text{factorisation}}$

Ecrire " k x a + k x b " sous la forme " k x ( a + b ) " , c'est transformer une somme ( ou une différence ) en un produit . Cette transformation s'appelle une factorisation . ( L'expression a été transformée en un produit de facteurs .

## Exemples d'utilisation :

➤ **Exemple 1 :** Calcul rapide

Calculer $A = (100 + 3) \times 29$

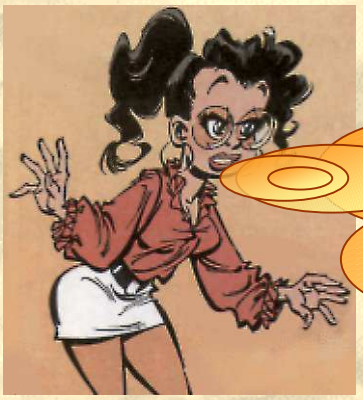
Le calcul entre parenthèses étant prioritaire, nous devons effectuer tout d'abord 100 + 3 . Le résultat 103 doit ensuite être multiplié par 29. Cette opération n'est pas facile à effectuer de tête !

Par contre, en utilisant un développement de cette expression, le calcul sera facilité.
En effet :

$$(100 + 3) \times 29 = 100 \times 29 + 3 \times 29$$

$A = (100 + 3) \times 29$
$A = 100 \times 29 + 3 \times 29$
$A = 2900 + 87$
$A = 2987$

Calculer $B = 7 \times 12 + 7 \times 8$



La multiplication étant prioritaire sur l'addition , nous devons calculer 7 x 12 , puis 7 x 8 et pour finir faire la somme des deux résultats. Cela demande donc trois calculs.
Mais ce calcul est particulier. Nous nous apercevons que, dans les deux produits 7 x 12 et 7 x 8 , il y a le même nombre 7 !

$B = 7 \times 12 + 7 \times 8.$

Utilisons la propriété étudiée dans ce cours :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

on s'aperçoit que B est identique au premier membre de cette égalité. Il suffit de prendre $k = 7$ , $a = 12$ et $b = 8$

$7 \times 12 + 7 \times 8$

$k \times a + k \times b = k \times (a+b)$

B = 7 x 12 + 7 x 8

B = 7 x ( 12 + 8 )

Soit

B = 7 x 20 = 140

Nous constatons qu'en utilisant la propriété de distributivité appelée factorisation , le calcul est grandement simplifié.

En adoptant un langage plus rigoureux, nous dirons que l'expression B est constituée de 2 termes :

B = 7 x 12 + 7 x 8

Ces deux termes contiennent un facteur commun 7.

La factorisation de B nous permet d'écrire :

B = 7 x ( 12 + 8 )

Et par suite B = 7 x 20 = 140

# A retenir

a + b - c

termes

a x b

facteurs

Calculer C = 16 x 13 + 7 x 13 – 13 x 3

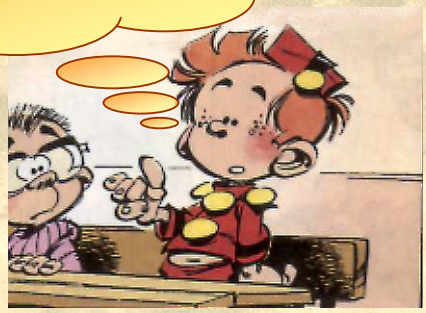
C = 16 x 13 + 7 x 13 – 13 x 3

C = ( 16 + 7 - 3 ) x 13 ou 13 x ( 16 + 7 – 3 )

Soit

C = 20 x 13 = 260

Il suffit de factoriser. Le facteur commun est 13.



Calculer D = 27 x 21 – 27

Il y a deux termes 27 x 21 et 21. Il y a un nombre en commun.
Pardon, il y a un facteur commun 27.
Je peux donc le « placer » devant et écrire :
D = 27 x ( 21 - ??????

C'est une factorisation qui pose problème.
Une aide : 27 = 27 x 1 . Multiplier par 1 ne change pas le résultat.

D= 27 x 21 - 27 x 1

D = 27 x ( 21 - 1 )
Soit
C = 27 x 20 = 540

Calculer E = 28 x 3

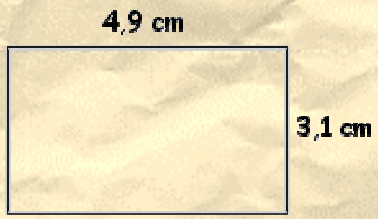
E = 28 x 3

28 = 30 - 2

E = ( 30 – 2 ) x 3
E = 30 x 3 – 2 x 3
E = 90 – 6 = 84

➤ *Exemple 2 :* Périmètre et demi-périmètre

Calculons le périmètre P du rectangle ci-contre :



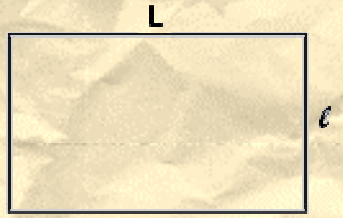

P = 4,9 + 3,1 + 4,9 + 3,1
ou
P = 4,9 x 2 + 3,1 x 2
En factorisant , nous avons
P = ( 4,9 + 3,1 ) x 2 = 8 x 2 = 16 (cm)

## Cas général

Le périmètre est

$$P = L \times 2 + \ell \times 2 = ( L + \ell ) \times 2$$

$L + \ell$ s'appelle le demi-périmètre .



# Simplifications d'écritures

Par convention , et pour simplifier les écritures , le symbole de multiplication sera souvent omis* .

a x b se note ab

2 x a se note 2a

a x ( b + c ) se note a( b + c )

3 x ( a - b ) se note 3( a - b )

* omis : Participe passé du verbe omettre.

Omettre :

Oublier ou négliger de faire
Ne pas comprendre dans une énumération, un ensemble ; passer sous silence.

Mais attention , le symbole de multiplication est obligatoire dans l'écriture

2 x 3 ( Cette expression ne peut pas se noter 2 3 )

Lorsque son absence n'entraîne pas de confusion , le signe " x " n'est pas obligatoire .

## Remarque :

Le signe de multiplication peut parfois se noter par un point . Par exemple a x b peut se noter a . b . Cette notation est cependant dangereuse car le point est souvent considéré ( écriture anglo-saxonne , notation des calculettes et des ordinateurs ) comme une virgule . La notation 2.3 représente-t-elle 2 x 3 ou 2,3 ?