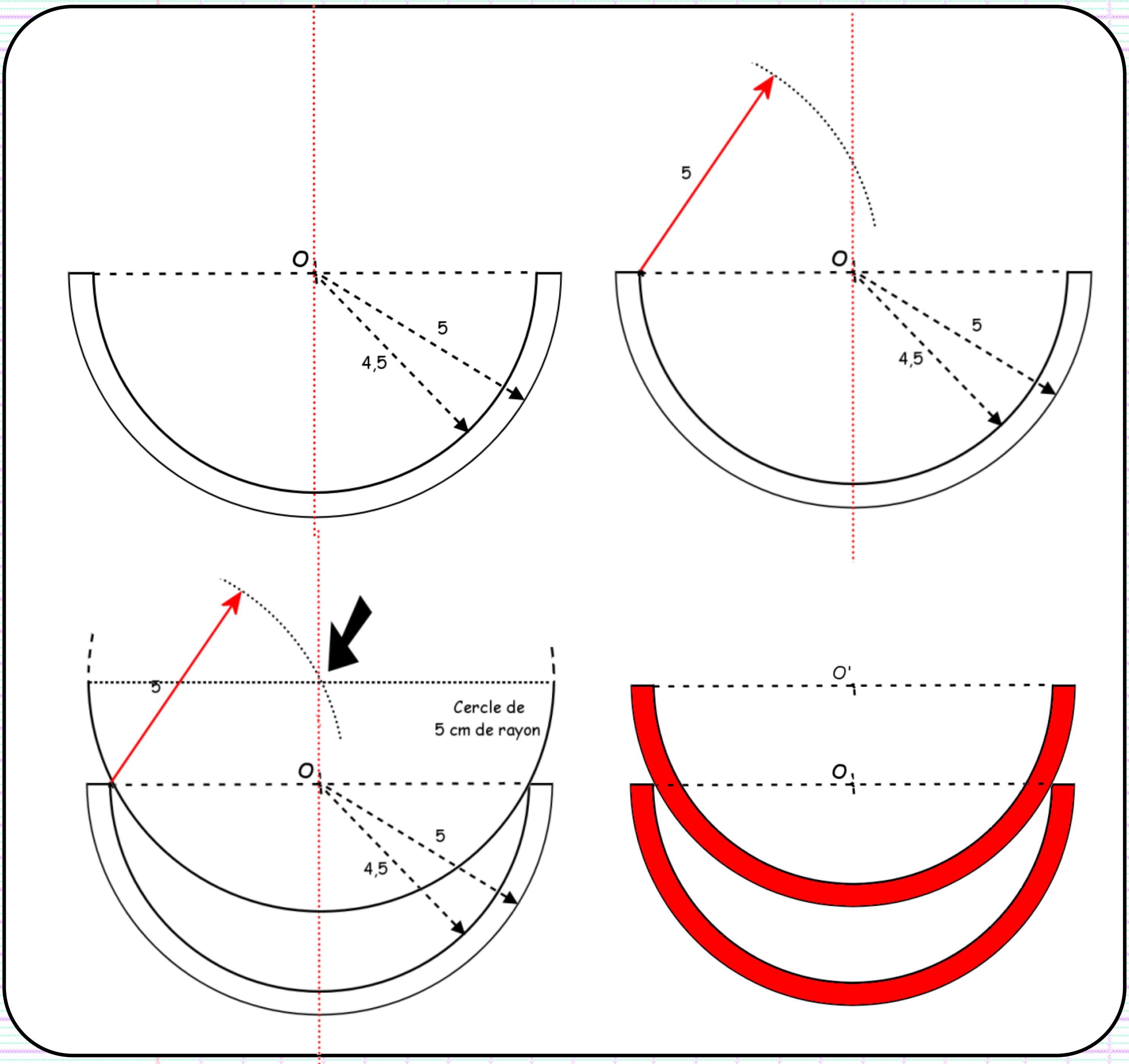
THEME :

BOLS EMPILES CORRECTION

a) Section verticale des deux bols empilés l'un dans l'autre.



b) Hauteur de deux bols empilés l'un dans l'autre :

La hauteur de deux bols empilés est égale à O'H, soit O'O + OH

▷ Calcul de OO' :

Dans le triangle OMO' rectangle en O,
Nous avons, d'après le théorème de Pythagore :

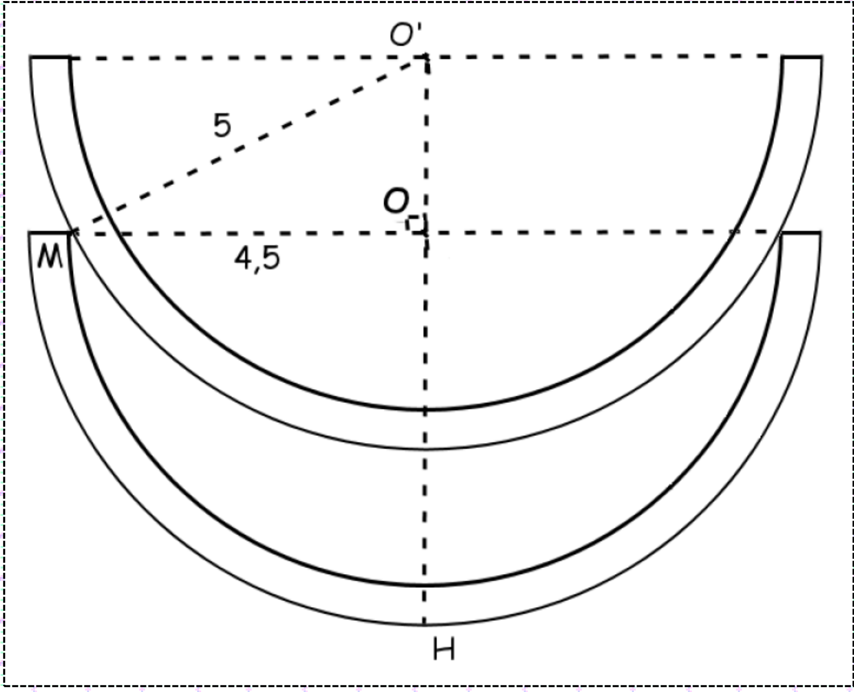
$$O'M^2 = OM^2 + OO'^2$$
$$5^2 = 4{,}5^2 + OO'^2$$
$$25 = 20{,}25 + OO'^2$$
$$25 - 20{,}25 = OO'^2$$
$$OO'^2 = 4{,}75$$

Soit $OO' = \sqrt{4{,}75}$

Valeur approchée au mm :

$OO' \approx 2{,}1$ (cm)

$$OO' = \sqrt{4{,}75} \approx 2{,}1 \text{ (cm)}$$



▷ Calcul de la hauteur de deux bols empilés :

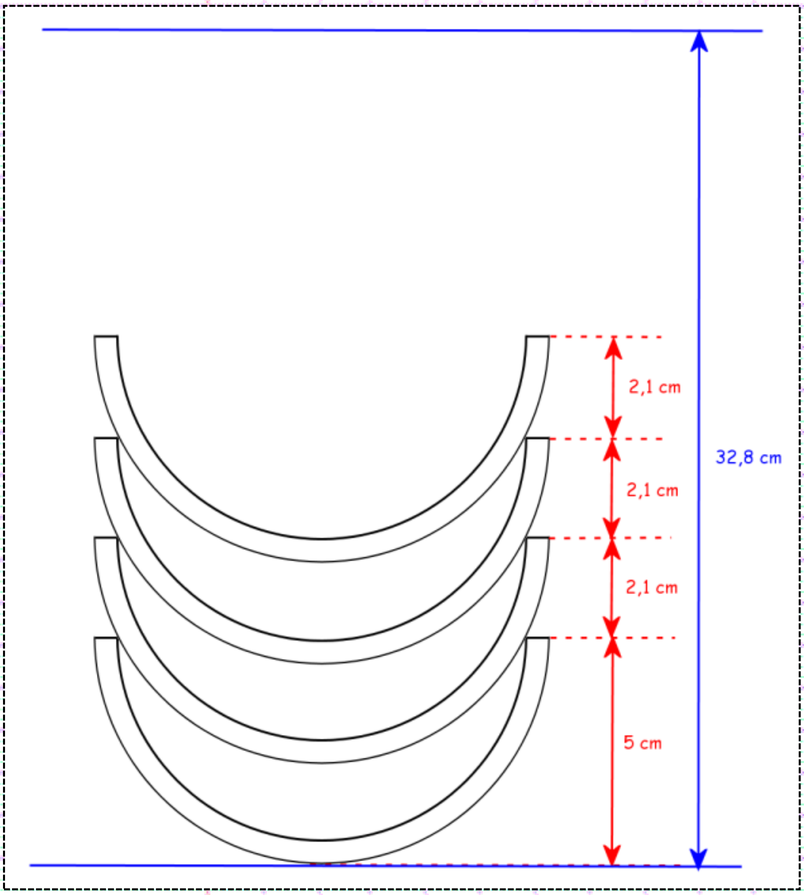
La hauteur des deux bols est égale à :

$O'H = O'O + OH \approx 2{,}1 + 5 = 7{,}1$ (cm)

La hauteur de deux bols empilés est d'environ 7,1 cm

c) Du danger des valeurs approchées … trop approchées.

Nombre de bols que nous pouvons empiler entre deux étagères distantes de 32,8 cm :



Chaque bol supplémentaire augmentera la hauteur de l'ensemble d'environ 2,1 cm.
Seul le premier bol représente 5 cm.
Pour déterminer le nombre de bols situés sur cette étagère, il suffit de calculer combien de fois il est possible de mettre une hauteur de 2,1 cm dans, non pas 32,8 cm , mais dans 32,8 – 5 cm, soit 27,8 cm.

Nous avons :

$$\frac{32{,}8 - 5}{2{,}1} = \frac{27{,}8}{2{,}1} \approx 13{,}2 \text{ soit 13 bols}$$

Il est donc possible de mettre entre ces deux étagères (13 + 1) bols , soit

14 bols.

Remarque :

La hauteur augmente, en vérité de $\sqrt{4{,}75}$ cm par bol supplémentaire (2,1 cm étant une valeur approchée)

Le calcul précédent est donc le suivant :

$$\frac{32,8-5}{\sqrt{4,75}} = \frac{27,8}{\sqrt{4,75}} \approx 12,7 \quad \text{soit 12 bols}$$

Il est donc possible de mettre, entre les deux étagères, (12 + 1) bols , soit 13 bols (et non pas 14 !!!)

Nombre de bols qu'il est possible d'empiler : 13 bols

Remarque :

En mettant 13 bols, pour pouvoir en retirer un, il faudra enlever toute la pile.
Nous devons laisser au moins 5 cm sous l'étagère (la hauteur d'un bol) pour pouvoir en enlever un. Mais ce n'est pas, ici, notre problème !!!

d) Volume intérieur d'un bol hémisphérique :

Le volume d'une boule est donné par la formule : $\frac{4 \times \pi \times R^3}{3}$

L'intérieur du bol est une demi-boule de rayon 4,5 cm.

Son volume est donc : $\frac{\frac{4 \times \pi \times 4,5^3}{3}}{2}$ ou $\frac{1}{2} \times \frac{4 \times \pi \times 4,5^3}{3}$

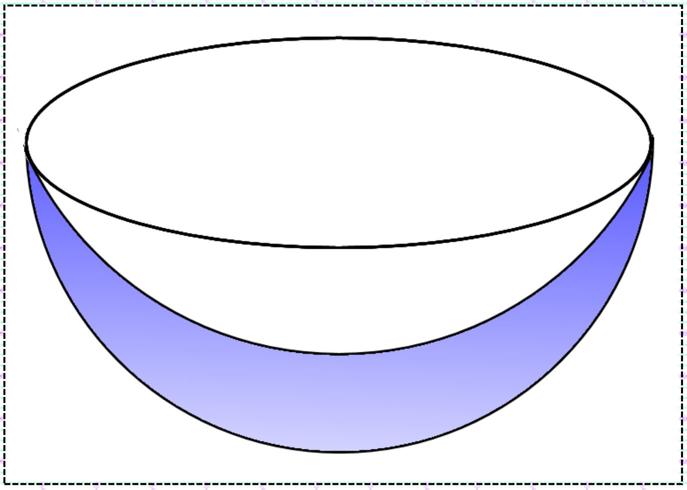
Le volume intérieur du bol est donc :

$$\frac{1}{2} \times \frac{4 \times \pi \times 4,5^3}{3} \approx 190,85\,cm^3$$

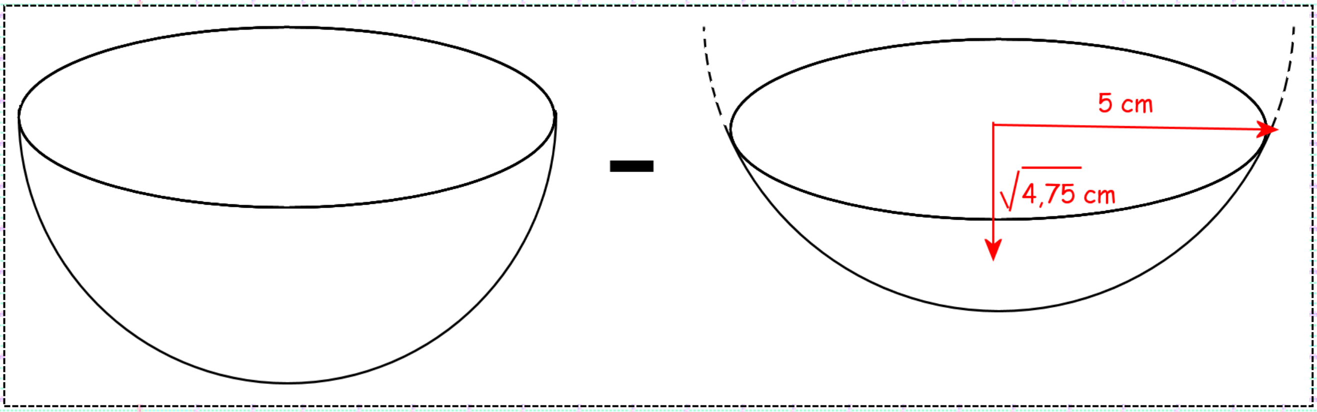
dm^3			cm^3			mm^3		
hL	daL	L (litre)	dL	cL	mL			
			1	9	0 ,	8	5	

Le volume intérieur d'un bol est d'environ 191 mL.

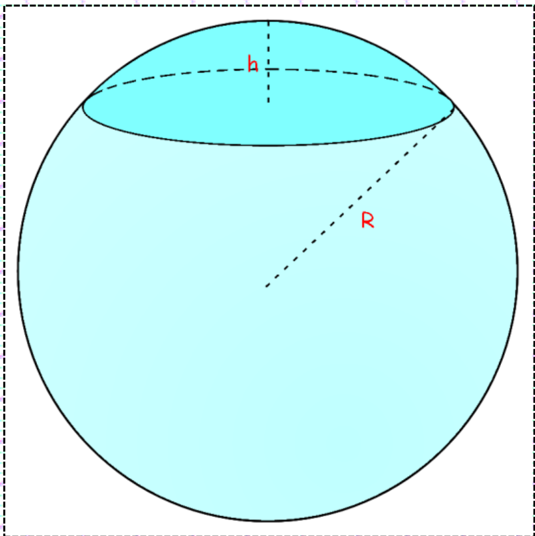
e) Volume d'air contenu entre deux bols : (Olympiades de Mathématiques 2010)



Le volume compris entre les deux bols est égal à la différence du volume intérieur du bol (rayon : 4,5 cm) et du volume d'une calotte sphérique de rayon 5 cm et de hauteur $\sqrt{4,75}$ cm.



▷ Volume de la calotte sphérique de rayon 5 cm et de hauteur $\sqrt{4{,}75}$ cm :



Le volume d'une calotte sphérique est $V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3R - h)$ où R est le rayon de la boule et h la hauteur de la calotte.

$$V_{calotte} = \frac{\pi}{3} \times (\sqrt{4{,}75})^2 \times (3 \times 5 - \sqrt{4{,}75})$$

$$V_{calotte} = \frac{\pi}{3} \times 4{,}75 \times (15 - \sqrt{4{,}75}) \approx 63{,}77 \text{ cm}^3$$

▷ Volume compris entre les deux bols :

$$V = 190{,}85 - 63{,}77 = 127{,}07 \text{ cm}^3$$

Le volume d'air compris entre deux bols est d'environ $127{,}07 \text{ cm}^3$.