

THEME 8

ANGLES ET PARALLELISME EXERCICES CORRIGES

Exercice 1 :

Calculer l'angle \widehat{ABC} .

Correction :

► Calcul de l'angle \widehat{BCA} :

Les angles \widehat{BCA} et \widehat{xCy} sont opposés par le sommet.

Donc :

$$\widehat{BCA} = \widehat{xCy} = 35^\circ$$

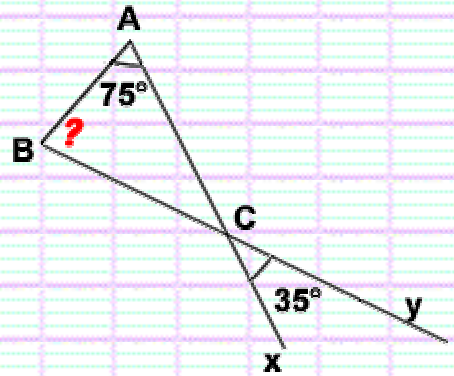
► Calcul de l'angle \widehat{ABC} :

Dans le triangle ABC , la somme des angles est égale à 180° .

Donc

$$\widehat{ABC} = 180 - (\widehat{BAC} + \widehat{BCA}) = 180 - (75 + 35) = 180 - 110 = 70^\circ$$

$$\widehat{ABC} = 70^\circ$$



Exercice 2 :

Sur le schéma ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Calculer les angles \widehat{EAB} , \widehat{EBA} , \widehat{ADC} , \widehat{BCD} et \widehat{DEC} .

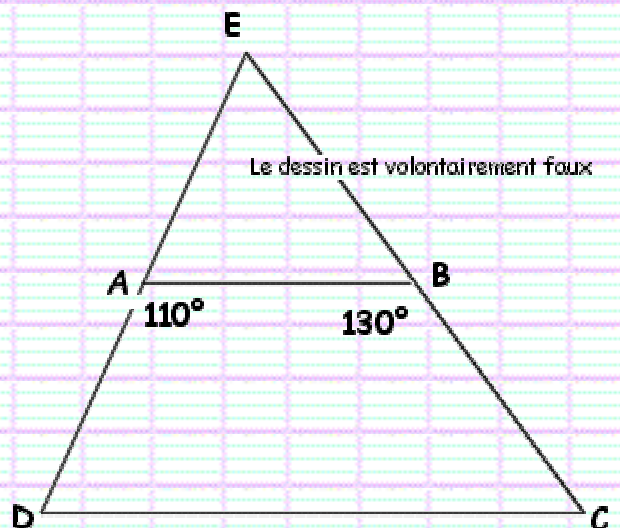
Correction :

► Calcul de l'angle \widehat{EAB} :

Les angles \widehat{EAB} et \widehat{BAD} sont supplémentaires (les points E , A et D sont alignés)

Donc :

$$\widehat{EAB} = 180 - \widehat{BAD} = 180 - 110 = 70^\circ$$



► Calcul de l'angle \widehat{EAB} : (autre façon plus rapide de rédiger)

$$\widehat{EBA} = 180 - \widehat{ABC} = 180 - 130 = 50^\circ \quad (\widehat{EBA} \text{ et } \widehat{ABC} \text{ sont supplémentaires})$$

► Calcul de l'angle \widehat{ADC} :

Les angles \widehat{EAB} et \widehat{ADC} sont correspondants.

Comme les droites (AB) et (DC) sont parallèles (voir énoncé), ces angles ont même mesure.

Donc :

$$\widehat{ADC} = \widehat{EAB} = 70^\circ$$

► Calcul de l'angle \widehat{BCD} :

Les droites (AB) et (DC) sont parallèles .

Les angles \widehat{EBA} et \widehat{BCD} sont correspondants.

donc ces angles ont même mesure.

Donc :

$$\widehat{BCD} = \widehat{EBA} = 50^\circ$$

► Calcul de l'angle \widehat{DEC} :

Dans le triangle EDC (ou dans le triangle EAB), la somme des angles est égale à 180° .

Donc :

$$\widehat{DEC} = 180 - (\widehat{EDC} + \widehat{DCE}) = 180 - (70 + 50) = 180 - 120 = 60^\circ$$

Récapitulation :

$$\widehat{EAB} = 70^\circ ; \widehat{EBA} = 50^\circ ; \widehat{ADC} = 70^\circ ; \widehat{BCD} = 50^\circ \text{ et } \widehat{DEC} = 60^\circ$$

Exercice 3 :

- Tracer $x\hat{O}y$ un angle de 120° , puis sa bissectrice [Oz].
- Placer sur [Oz) un point A et sur [Oy) un point B tel que $OA = OB$.
- Calculer les angles du triangle OAB
- Prouver que la droite (AB) et la demi-droite [Ox) sont parallèles.

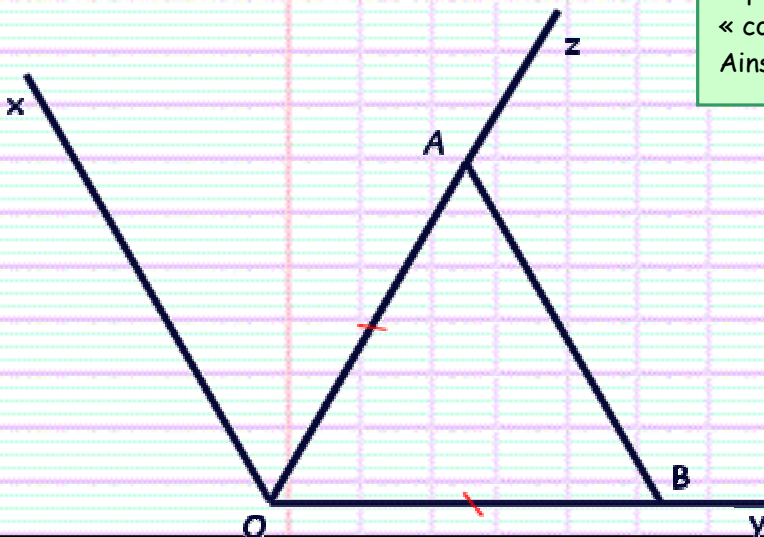
Correction :

► a) Tracés d'un angle et de sa bissectrice :

cf. dessin

► b) Tracés des points A et B :

cf. dessin



Confer, souvent abrégée « conf. » ou « c.f. » ou « cf. » dans les textes est une expression latine utilisée par un rédacteur pour inviter son lecteur à consulter un autre passage ou un autre ouvrage.

Elle vient du verbe *confero* signifiant « rapprocher », « joindre », « réunir », dont elle est la forme à l'impératif présent. Elle peut donc se traduire en français par « se reporter à » ou « voir », ou dans un sens voisin par « comparer à ».

Ainsi « cf. dessin » signifie « Voir dessin »

► c) Calcul des angles du triangle AOB :

▷ Calcul de \widehat{AOB} (et de \widehat{xOA}) :

La demi-droite [Oz) est la bissectrice de l'angle \widehat{xOy} , donc :

$$\widehat{AOB} = \widehat{xOA} = \widehat{xOy} : 2 = 120 : 2 = 60^\circ$$

▷ Calcul de \widehat{OAB} (et de \widehat{OBA}) :

Comme $OA = OB$ (voir énoncé), le triangle OAB est isocèle en O.

Donc, comme dans un triangle isocèle, les angles à la base ont même mesure, nous avons :

$$\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = (180 - 60) : 2 = 120 : 2 = 60^\circ$$

En conclusion, nous avons

$$\widehat{AOB} = \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 60^\circ$$

(Le triangle OAB est donc un triangle équilatéral)

► d) La droite (AB) et la demi-droite $[Ox)$ sont-elles parallèles ?

Les angles \widehat{BAO} et \widehat{xOA} sont alternes internes.

De plus $\widehat{BAO} = 60^\circ$ et $\widehat{xOA} = 60^\circ$ (cf. question précédente), donc $\widehat{BAO} = \widehat{xOA}$.

Les deux angles \widehat{BAO} et \widehat{xOA} sont alternes internes et de même mesure, par conséquent, la droite (AB) et la demi-droite $[Ox)$ sont parallèles.

(AB) et $[Ox)$ sont parallèles

Exercice 4 :

Les droites (xx') et (yy') sont-elles parallèles ?

Correction :

► Calcul de l'angle $\widehat{AB'y'}$:

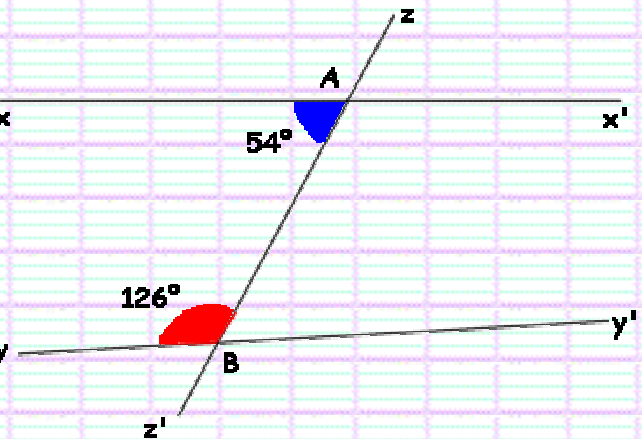
Les angles \widehat{yBA} et $\widehat{AB'y'}$ sont supplémentaires.

$$\text{Donc } \widehat{AB'y'} = 180 - \widehat{yBA} = 180 - 126 = 54^\circ$$

► Les droites (xx') et (yy') sont-elles parallèles ?

- Les angles \widehat{xAB} et $\widehat{AB'y'}$ sont des angles alternes-internes.
- $\widehat{xAB} = \widehat{AB'y'} = 54^\circ$ donc les angles \widehat{xAB} et $\widehat{AB'y'}$ ont même mesure.

Donc les droites (xx') et (yy') sont parallèles.



Les droites (xx') et (yy') sont parallèles.

Exercice 5 :

On considère deux cercles concentriques (c'est à dire deux cercles de même centre). Soit O ce centre.

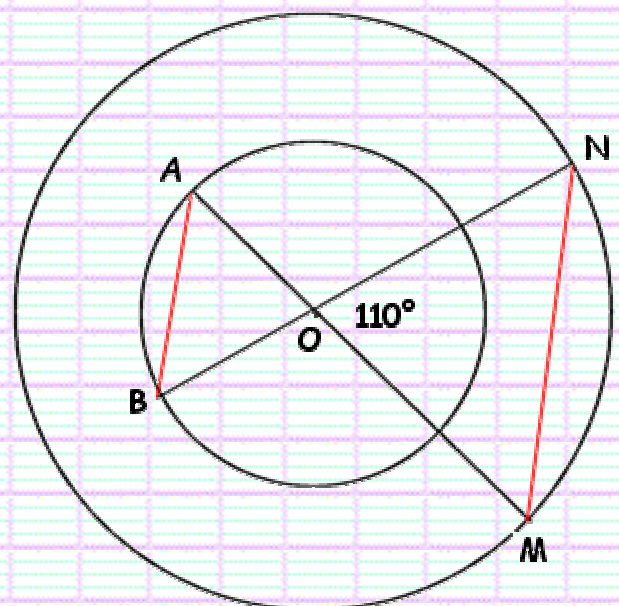
A et B sont deux points du cercle \mathcal{C} et M et N sont deux points du cercle \mathcal{C}' . Les points A, O et M sont alignés ainsi que les points B, O et N .

- Quelle est la nature du triangle OAB ? du triangle ONM ?
- Calculer les angles du triangle ONM .
- Calculer les angles du triangle OAB .
- Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

► a) Nature des triangles OAB et ONM :

$OA = OB$ (rayons du cercle \mathcal{C}),

donc le triangle OAB est isocèle en O



$OM = ON$ (rayons du cercle \mathcal{C}')

donc le triangle OMN est isocèle en O

► b) Calcul des angles du triangle OMN :

$$\widehat{M\hat{O}N} = 110^\circ \text{ (voir énoncé)}$$

Comme le triangle OMN est isocèle en O (question a), les angles à la base ont même mesure. Nous avons donc :

$$\widehat{O\hat{M}N} = \widehat{O\hat{N}M} = (180 - \widehat{M\hat{O}N}) : 2$$

$$\widehat{O\hat{M}N} = \widehat{O\hat{N}M} = (180 - 110) : 2 = 70 : 2 = 35^\circ$$

► c) Calcul des angles du triangle OAB :

Les angles $\widehat{A\hat{O}B}$ et $\widehat{M\hat{O}N}$ sont opposés par le sommet. Donc :

$$\widehat{A\hat{O}B} = \widehat{M\hat{O}N} = 110^\circ$$

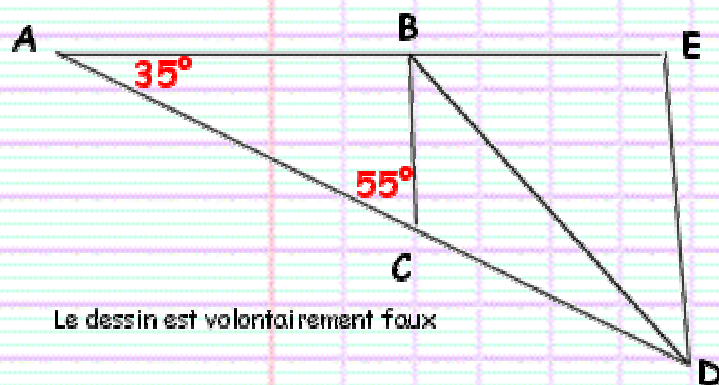
De la même façon que précédemment, comme le triangle OAB est isocèle en O , nous avons :

$$\widehat{O\hat{A}B} = \widehat{O\hat{B}A} = (180 - \widehat{A\hat{O}B}) : 2 = (180 - 110) : 2 = 70 : 2 = 35^\circ$$

► d) Les droites (AB) et (MN) sont-elles parallèles ?

Les angles $\widehat{O\hat{A}B}$ et $\widehat{O\hat{M}N}$ sont alternes internes et de même mesure ($\widehat{O\hat{A}B} = \widehat{O\hat{M}N} = 35^\circ$), donc

Les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



Le dessin est volontairement faux

Exercice 6 :

On considère la figure ci-contre :

Nous avons : $\widehat{B\hat{A}C} = 35^\circ$; $\widehat{A\hat{C}B} = 55^\circ$;

$\widehat{A\hat{B}D} = 125^\circ$ et $\widehat{B\hat{D}E} = 35^\circ$

La droite (AB) est-elle perpendiculaire à la droite (DE) ?

(Aide : Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.)

Correction :

► Calcul de l'angle $\widehat{A\hat{B}C}$:

Dans le triangle ABC , la somme des angles est égale à 180° .

Donc

$$\widehat{A\hat{B}C} = 180 - (\widehat{B\hat{A}C} + \widehat{A\hat{C}B}) = 180 - (35 + 55) = 180 - 90 = 90^\circ$$

► Calcul de l'angle $\widehat{C\hat{B}D}$:

$$\widehat{C\hat{B}D} = \widehat{A\hat{B}D} - \widehat{A\hat{B}C} = 125 - 90 = 35^\circ$$

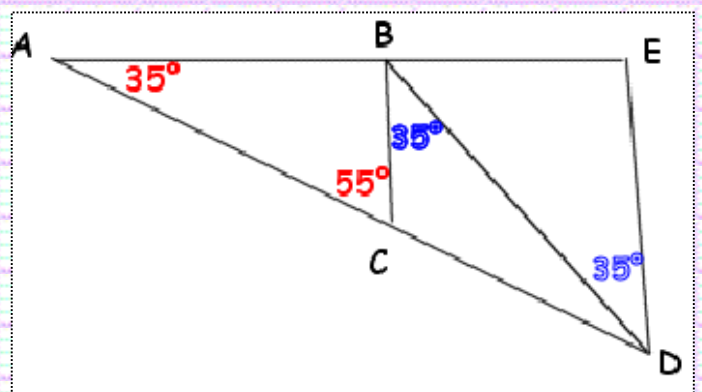
► Les droites (BC) et (ED) sont-elles parallèles ?

- Les angles $\widehat{C\hat{B}D}$ et $\widehat{B\hat{D}E}$ sont des angles alternes internes.
- De plus ces deux angles ont même mesure (35°)

Donc les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

► La droite (AB) est-elle perpendiculaire à la droite (DE) ?

- $(BC) \parallel (ED)$ (question précédente)



- $(BC) \perp (AE)$ ($\widehat{ABC} = 90^\circ$)

donc $(ED) \perp (AE)$ (Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.)

La droite (AE) et la droite (AB) sont confondues (même droite)

Donc $(ED) \perp (AB)$

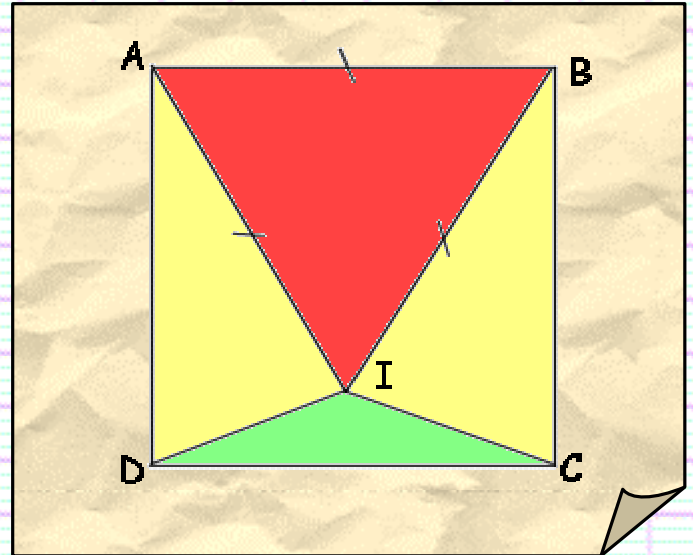
La droite (AB) est-elle perpendiculaire à la droite (DE)

Exercice supplémentaire 1 :

$ABCD$ est un carré.

Nous avons de plus $AI = IB = AB$.

Calculer tous les angles de cette figure.



Exercice supplémentaire 2 :

Soit ABC un triangle .

a) Tracer la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} . Elle coupe le segment $[BC]$ en E .

b) Tracer la parallèle à la droite (AB) passant par C . Elle coupe la droite (AE) en F .

c) En utilisant certains angles, démontrer que

$$CF = CA$$

(c'est à dire démontrer que le triangle CAF est isocèle en C)

